ECONnect NTNU

Faktor

- en eksamensavis utgitt av ECONnect

Eksamensbesvarelse:
FIN 3005 – Makrofinans

Eksamen:	Høst 2011
Antall sider:	9

Om ECONnect:

ECONnect er en frivillig studentorganisasjon for studentene på samfunnsøkonomi- og finansøkonomistudiet ved NTNU. Vi arbeider for økt faglig kompetanse blant våre studenter samt tettere kontakt med næringslivet. Det gjør vi ved å arrangere fagdager, gjesteforelesninger, bedriftspresentasjoner m.m. I dag går det ca. 200 studenter på bachelornivå (1.-3. klasse) og ca. 70 studenter på masternivå (4.-5. klasse). Studentene på masternivå er fordelt på de to linjene samfunnsøkonomi (ca. 50 stk) og finansiell økonomi (ca. 20 stk). Mer om ECONnect og aktuelle arrangementer på www.econnect-ntnu.no.

ECONnect består av følgende personer ved utgivelsestidspunkt:

Caroline Lesiewicz(Leder)	caroline@econnect-ntnu.no
Mariell Toven(Økonomiansvarlig/kandidattreffet)	mariell@econnect-ntnu.no
Daniel Johansson (Bedriftsansvarlig)	daniel@econnect-ntnu.no
Johan Berg Fossen(Fagdagsansvarlig)	johan@econnect-ntnu.no
Georg Næsheim	georg@econnect-ntnu.no
Ellen Normann	ellen@econnect-ntnu.no
Ragnhild Grøv	ragnhild@econnect-ntnu.no
Martine Ødegård(Faktoransvarlig)	martine@econnect-ntnu.no
Inga Friis	inga@econnect-ntnu.no
Ida Charlotte Engebretsen	ida.charlotte@econnect-ntnu.no

Post- og besøksadresse:	*Organisasjonsnummer:*	*Hjemmeside:*
ECONnect, NTNU Dragvoll Institutt for samfunnsøkonomi Bygg 7, Nivå 5 7491 Trondheim	NO 994 625 314	www.econnect-ntnu.no

Merk: Eksamensbesvarelsene har i varierende grad feil og mangler, både oppsett og innhold. De vil også kun vise en av flere mulige fremgangsmåter. ECONnect står ikke ansvarlig for selve faginnholdet.

NTNU

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for samfunnsøkonomi

EKSAMENSOPPGAVE I FIN3005

MAKROFINANS

Faglig kontakt under eksamen: Egil Matsen

Tlf.: 9 78 52

Eksamensdato: Fredag 2. desember 2011

Eksamenssted: Dragvoll

Eksamenstid: 4 timer

Studiepoeng: 7,5

Tillatte hjelpemidler: Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Enkel kalkulator Citizen SR-270x el. HP 30S.

Sensur: 23. desember 2011

Antall sider norsk: 2

Antall sider engelsk: 2

Merk! Det blir sendt automatisk varsel om sensur på e-post. Du kan se hva som er registrert ved å gå inn på Studentweb. Evt andre telefoner om sensur må rettes til instituttet. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike telefoner.

FIN 3005 Makrofinans (Asset pricing)

Eksamen høst 2011

Norsk

Eksamen består av to oppgaver som teller likt ved sensur.

Oppgave 1

a) Start med den grunnleggende verdsettingsligningen $p_i = E[mx_i]$, hvor p_i er prisen på aktivum i, m er den stokastiske diskonteringsfaktoren og x_i er kontantstrømmen for i. Bruk kovariansidentiteten og utled følgende uttrykk:

$$E[R_i - R_f] = -\frac{\operatorname{cov}(m, R_i)}{E[m]},$$

hvor R_i er avkastningen på i, og R_f er den risikofrie renta. Gi en tolkning av dette uttrykket.

b) Finn Sharpe-brøken for aktivum i som en funksjon av ρ_{im} (korrelasjonen mellom i og m), σ_m (standardavviket til m) og $E[m]$. For gitt σ_m og $E[m]$, når er Sharpe-brøken størst?

c) Hvis en representativ investors nyttefunksjon avhenger av konsumet, hva er sammenhengen mellom avkastningen på aktivum i og konsumet?

Oppgave 2

Se på en investor med et minstenivå på konsumet, X, som han/hun ikke er villig til å havne under. (Dette kan også betrakters som en investor med lånefinansiering og som må tilbakebetale beløpet X.) Investoren har nyttefunksjonen:

$$u(c) = \frac{(c - X)^{1-\gamma}}{1-\gamma}.$$

a) Plott nyttefunksjonen i en figur.

b) Finn risikoaversjonskoeffisienten $-\frac{cu''(c)}{u'(c)}$ for denne investoren. (Forsøk å komme fram til en "pen" formel som viser hvordan γ justeres av forholdet c/X.)

c) Hvordan påvirkes investors risikoaversjon hvis han/hun går på et tap som gjør at c antakelig vil falle mye nærmere X?

d) Hvordan kan lånefinansiering eller minstenivå på konsumet være med på å forklare det kraftige fallet i aksjekursene høsten 2008?

English

The exam consists of two problems that carry equal weight in grading.

Problem 1

a) Start with the basic asset pricing equation $p_i = E[mx_i]$, where p_i is the price of asset i, m is the stochastic discount factor, and x_i is the cash-flow of asset i. Use the covariance identity to derive the following expression:

$$E[R_i - R_f] = -\frac{\mathrm{cov}(m, R_i)}{E[m]},$$

where R_i is the return on i and R_f is the risk-free interest rate. Give an interpretation of this expression.

b) Find the Sharpe-ratio for asset i as a fuction av ρ_{im} (the correlation between i and m), σ_m (the standard deviation of m) and $E[m]$. Given σ_m and $E[m]$, when is the Sharpe-ratio at its maximum?

c) If the utility function of a representative investor depends on consumption, what is the connection between the return on asset i and consumption?

Problem 2

Consider an investor with a backstop level of consumption, X, that he/she is not willing to risk, no matter what. (Equivalently, the investor may be leveraged and must pay back an amount X.) The utility function of the investor is

$$u(c) = \frac{(c - X)^{1-\gamma}}{1-\gamma}.$$

a) Plot this utility function.

b) What is the risk aversion coefficient $-\frac{cu''(c)}{u'(c)}$ for this investor? (Try to make your formula "pretty", showing how γ is modified by the ratio c/X.)

c) If this investor has a loss, so that it is likely c will be much closer to X, does this make him/her more or less risk averse?

d) How might leverage or backstop commitments help explain the sharp drop in stock prices in the fall of 2008?

Kommentarer til eksamensbesvarelse i FIN3005, høst 2011, kandidat 10020

Besvarelsen er belønnet med karakteren *A* og er således vurdert til å være en oppgave som utmerker seg positivt. Den har allikevel enkelte svake punkter og bør følgelig ikke leses som en "A+" besvarelse.

Begge oppgaver er meget godt besvart, med oppgave 1 som litt bedre enn oppgave 2. På oppgave 1 har kandidaten fått nesten full score. Spørsmål 1a) trekker marginalt ned, fordi kandidaten ikke tilfredsstillende demonstrerer at han/hun forstår overgangen mellom de ulike prisrelasjoner som gjengitt i besvarelsen. Svarene på 1b) og 1c) viser meget god forståelse av denne type konsumbaserte aktivaprisingsmodell.

Oppgave 2 utmerker seg særlig ved at kandidaten, i motsetning til de fleste andre besvarelsene, klarer å redegjøre godt for de økonomiske mekanismer det spørres om på spørsmål 2d). Dette gjelder særlig diskusjonen av hvordan negativt sjokk kan forsterkes i finansmarkedene hvis det fører til en økning i aktørenes risikoaversjon. Denne egenskapen er det sentrale ved "habit-formation" modellen det spørres om i oppgave 2. Spørsmål 2b) er også helt riktig besvart (dette gjaldt for mange av kandidatene på denne eksamen).

Totalinntrykket fra besvarelsen er at kandidaten viser faglig modenhet og at han/hun behersker det analytiske nivået som kreves på kurs i masterstudiet. Til sammen gir det grunnlag for en god eksamenskarakter.

Egil Matsen

19. april, 2012

Oppgave 1

a)

$p_i = E[m x_i]$ skal skrives om til $E[R_i - R_f] = -\dfrac{Cov(m, R_i)}{E[m]}$

Kovariansidentiteten er gitt ved:

$$E[XY] = Cov(X, Y) + E[X]E[Y]$$

Benytter denne på uttrykket for pris, og får:

$$p_i = Cov(m, x_i) + E[m]E[x_i]$$

I likevekt vil all kontantstrøm neddiskonteres slik at prisen er lik 1. Benytter dette og at $\frac{1}{E[m]} = R_f$:

$$\frac{1}{E[m]} = \frac{Cov(m, R_i)}{E[m]} + E[R_i]$$

Hvilke steg blir gjort?

$$\Downarrow$$

$$E[R_i - R_f] = -\frac{Cov(m, R_i)}{E[m]} \qquad (1)$$

Uttrykket på venstre side i (1) er risikopremien til aktivum i. Dette er den meravkastningen investorer får relativt til en risikofri plassering (R_f) for å ta på seg den risikoen aktiva i innehar. Dersom i er risikofritt ($R_i = R_f$) vil naturlig nok risikopremien være lik null.

På høyre side av (1) inngår to faktorer; kovariansen mellom avkastningen til i og den stokastiske diskonteringsfaktoren, m og forventningsverdien til m. SDF ~~[illegible]~~

SDF er ikke konstant. Den avhenger av en subjektiv diskonteringsrate, β, og individets nyttefunksjon. β gir her individets tidspreferanser, mens nyttefunksjonen gir en verdi for individet på formue i dag (og når investeringen gir avkastning i fremtiden). I oppgave 1.c) behandles nytte, u, som en funksjon av konsum, c. Da kan m skrives ut, og 1.c) bygger videre på dette avsnittet.

- cov (m, R_i) gir altså da at en positiv sammenheng mellom SDF og avkastningen til i gir en lavere risikopremie. Dette er ensbetydende med lavere risiko.

Til slutt er høyre side av (1) delt på SDF. Siden SDF normalt skal være positiv vil dette ikke påvirke fortegnet, kun skalere størrelsen.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

b)

Sharpe-broken er gitt som: $S = \frac{E[R_i] - R_f}{\sigma_i}$, der σ_i er standardavviket til aktivum i.

$$E[R_i - R_f] = -\frac{Cov(m, R_i)}{E[m]} = -\frac{\rho_{im}\sigma_i\sigma_m}{E[m]}$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{\frac{E[R_i - R_f]}{\sigma_i} = \frac{\rho_{im}\sigma_m}{E[m]} = S}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{E[R_i - R_f]}{\sigma_i} = -\frac{\rho_{im}\sigma_m}{E[m]} = S \qquad (2)$$

Ser fra (2) at Sharpe-broken vil ~~vokse med korrelasjonen~~ synke med korrelasjonen. Dersom i er perfekt negativt korrelert med m ($\rho_{im} = -1$) vil dette maksimere sharpe-broken (for gitte verdier på σ_m og $E[m]$). Siden både σ_m og $E[m]$ generelt er positive kreves det at $\rho_{im} < 0$ for at $S > 0$. Dette er i samsvar med diskusjonen i ~~opg~~ 1.a): Positiv samvariasjon mellom avkastningen til i og m gir en lavere risikopremie enn en negativ samvariasjon.

Dersom i og m er perfekt negativt korrelerte er det perfekte hedgemuligheter. Sharpe-broken vil derfor være størst når $\rho_{im} = -1$.

c)

$U = u(C)$

?

Kan her skrive om m til $m = \beta\, u'(C)$. Som i 1. a) er β her en tidspreferanse. Siden denne ikke har betydning for tolkningen her, utelates den. Ligning (1) fra 1. a) kan dermed skrives om:

$$E[R_i - R_f] = -\frac{cov(u'(C), R_i)}{E[u'(C)]} \qquad (3)$$

(3) er den såkalte konsum-kapitalverdimodellen (CCAPM). Det er nå enklere å foreta en intuitiv tolkning av ligningen. Antar "normale" preferanser, det vil si positiv, men avtagende marginalnytte: $u'(C) > 0$, $u''(C) < 0$. Dersom avkastningen til i samvarierer med marginal nytte betyr det at den samvarierer negativt med konsum. Dette gir at et aktivum som gir bra avkastning når konsumet er høyt (i gode tider) vil ha en høy risikopremie. Aktiva med en motsyklisk payoff vil ha negativ risikopremie. Dette er fordi individer verdsetter avkastningen høyere i dårlige tider enn i gode tider. Aksjemarkedet er typisk prosyklisk, og har derfor normalt en positiv risikopremie. Forsikring derimot, gir stor avkastning hvis dårlige tider inntreffer. Forsikring har derfor en negativ risikopremie. I rammeverket fra 1. b) gir ligning (2) at en sterkt negativ korrelasjon mellom ~~konsum~~ marginalt og et aktiva maksimerer Sharpe-broken.

?

Forsikring vil således ha en $\rho_{u'(c)i} \approx 1$, mens en sterkt prosyklisk aksje vil ha $\rho_{u'(c)i} \approx -1$.

$\rightarrow \rho_{u(c)i} \approx -1$ $\rightarrow \rho_{u(c)i} \approx 1$

Kandidat nr./*Candidate no.* 10020

Dato/*Date:* 2/12-11 Side/*Page:* 5

Emnekode/*Subject* FIN3005 Makrofinans Antall ark/*Number of pages:* 9

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Oppgave 2

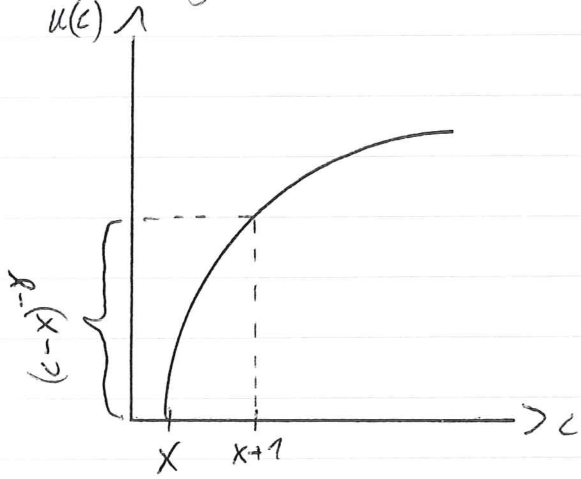
$$u(c) = \frac{(c-x)^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

a)

Antar $\gamma > 0$. Finner den første- og andrederiverte av nyttefunksjonen:

$$u'(c) = (c-x)^{-\gamma} > 0 \quad u''(c) = -\gamma(c-x)^{-\gamma-1} < 0$$

Konsumenten har altså "normale" preferanser med positiv og avtagende marginalnytte. Plotter funksjonen med kravet $c \geq X$:



Dersom investor er risikonøytral (i.e. $\gamma = 0$) vil nytten være en linear funksjon av c. Dette vil gi en rett linje fra x som stiger 1 for 1 med c.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

b)

$$RRA = -\frac{c\,u''(c)}{u'(c)} = -c\,\frac{-\gamma(c-X)^{-\gamma-1}}{(c-X)^{-\gamma}} = \underline{\underline{\gamma\,\frac{c}{c-X}}}$$

(4)

Ser av dette uttrykket at den relative risikoaversjonen vil variere over tid med konsumet. Når konsumet går opp (bedre tider) vil den relative risikoaversjonen minke. Dette står i kontrast til tilfellet med samme nyttefunksjon, men uten et minstenivå på konsumet. Da vil relativ risikoaversjon være konstant lik γ.
Hvis c holdes fast mens X øker vil relativ risikoaversjon øke. Dette er logisk fordi en økning i X er det samme som en reduksjon i "tilgjengelig konsum".
Stor c relativt til X vil altså gi en tilnærmet konstant risikoaversjon, mens liten c relativt til X vil gi en volatil relativ risikoaversjon. (Se forøvrig 2.c) for tilfellet når c synker dramatisk mot X).
Om en ikke-konstant relativ risikoaversjon er sannsynlig eller ikke kan diskuteres. Det kan imidlertid ofte være en rimelig antagelse at rike har en større andel av formuen "til overs" etter at minsteforbruk (evt. lån) er trukket fra enn det fattige har. Denne antagelsen innebærer at rike har en relativt stor c relativt til X, og dermed en lite volatil relativ risikoaversjon. Fattige vil ha en relativt mindre (c−x), og dermed ha høyere og mer volatil relativ risikoaversjon.

c)

Når c går mot x vil uttrykket under brøkstreken på høyre side av (4) i 2.b) gå mot null. Dette medfører at den relative risikoaversjonen går mot uendelig.

$$\lim_{c \to x} RRA \Rightarrow \gamma \frac{c}{c-x} \to \infty \qquad (5)$$

(5) viser at en investor som taper mye (i.e. c minker) vil få en høyere RRA. Når c synker mot minsteforbruk/gjeldsbetalingen vil den relative risikoaversjonen skyte i været. En investor som nylig har gått på et stort tap vil altså nødig risikere å gå på nye tap. Dette virker som et logisk og intuitivt resultat.

d)

Som diskutert i 1. c) er aksjemarkedet risikabelt og har en positiv risikopremie. I oppgave 2. c) ble det vist at store tap utløser en økning i investors relative risikoaversjon. Dette gir en negativ spiraleffekt av tap i aksjemarkedet. Når en investor taper penger i aksjemarkedet vil hans formue minke og hans relative risikoaversjon øke. Begge disse effektene bidrar til at investoren vil redusere sin eksponering mot aksjemarkedet relativt til tilfellet hvor investoren ikke gikk på noe tap i utgangspunktet.

Hvis vi antar at fallet i aksjekursene høsten 2008 startet med et fall i fundamental verdi, kan (5) forklare ytterligere nedgang utover dette initielle fallet. Det initielle fallet vil føre til at mange investorer går på tap samtidig. Dette fører i sin tur til lavere risikotoleranse i markedet, noe som fører til en økt kompensasjon for å holde risikable aktiva. Denne økte risikopremien innebærer lavere priser i aksjemarkedet, som igjen fører til tap for investorene. Disse effektene vil gjenta seg til aksjemarkedet når en ny likevekt. Denne nye likevekten vil være langt lavere enn det initielle fallet skulle tilsi, på grunn av investorenes økte risikoaversjon. Effekten av økt risikoaversjon vil være større jo større det initielle tapet er relativt til minstekonsum/gjeldsbetalinger.

~~Stor gjeldsgrad i forhold til inntekt/formue var et problem i mange grupper før 2008. For eksempel har de såkalte sub-prime-lånene og disse~~

Dette kan også være et argument for at man bør begrense gjeldsgraden, noe som blant annet diskuteres i Norge for øyeblikket. Lav rente og stabil økonomi har gjort at gjeldsgraden til norske forbrukere har vokst seg stor. I følge denne teorien vil et eventuelt tap derfor få store konsekvenser (hvis mange

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10020

Dato/*Date:* 2/12-11 Side/*Page:* 9

Emnekode/*Subject* FIN3005 Makrofinans

Antall ark/*Number of pages:* 9

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

opplever tapet samtidig).

Den gule kopien beholder du/*Please keep the yellow page*