



Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i FIN3005 – Makrofinans / Asset Pricing

Faglig kontakt under eksamen: Torgeir Kråkenes

Tlf.: 73 59 67 60

Eksamensdato: 17. desember 2013

Eksamenstid (fra-til): 4 timer (09.00 – 13.00)

Sensurdato: 17. januar 2014

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C / Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.

Enkel kalkulator Citizen SR-270x, HP 30S eller SR-270X College

Målform/språk: Norsk og engelsk

Antall sider: 9 (inkl. forside)

Antall sider vedlegg: 0

Eksamen - FIN3005 Makrofinans

(Norsk versjon)

Høst, 2013

1. To av de fire følgende utsagnene er **IKKE** konsistente med hypotesen om effisiente markeder (Efficient Market Hypothesis). Hvilke er ikke konsistente, og hvorfor? Forklar med mindre enn 100 ord på hver. (10%)

- (A) Burton G. Malkiel (1995, *Journal of Finance*) viser at aksjefond som gruppe har generert lavere avkastning enn referanseporteføljene, både før og etter fratrekk av kostnader.
- (B) NTNU-forskerne Joakim Kvamvold og Snorre Lindset viser i en ny artikkel at kapitalstrømmer inn i OSE-indeksen øker korrelasjonen mellom indeksaksjene. Dette indikerer at beslutningen om å inkludere en aksje i OSE-indeksen påvirker aksjens avkastning i likevekt.
- (C) Tsingtao Brewery er et firma som er notert både på Shanghai- og Hong Kong-børsen. Den blir nå handlet for \$7.02 per aksje i Shanghai og \$7.75 per aksje i Hong Kong. Investorene har eksakt like rettigheter per aksje i de to markedene.
- (D) Empirisk forskning viser at selv naive investeringsstrategier (for eksempel en portefølje med like vekter i alle aktiva) gir bedre avkastning enn de fleste strategier foreslått av finansanalytikere.

2. Besvar de følgende spørsmålene med inntil 100 ord på hvert. (18%)

- (1) Barro (2006) går videre fra den vanlige antagelsen om lognormalitet i avkastningen for å forklare "Risikopremiemysteriet". Hvordan og hvorfor endrer han fordelingen?
- (2) Relativ risikoaversjon er definert som:

$$RRA = -c \frac{u''(c)}{u'(c)}$$

hvor u er nyttefunksjonen og c er konsum. Hvilken av de følgende nyttefunksjonene har økende risikoaversjon i nivået på konsum? Vis hvorfor.

$$(A) u(c) = -e^{-\gamma c} \quad (B) u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (C) u(c) = \log c$$

hvor $\gamma > 0$ er en konstant.

- (3) Northern Stone er en lokal bank med over 1000 minibanker i byen. En morgen går det rykter om at de ansatte i banken snart kommer til å gå ut i en tredagers streik. Innskuddshavere i banken er redde for at bankens minibanker vil være ute av funksjon for en stund mens bankens ansatte er ute i streik. Selv de som ikke trenger kontanter i de neste ukene haster til minibankene rundt i byen for å ta ut innskuddene sine. Fredrick Kjenstad, som trenger mye kontanter daglig, er ikke i stand til å få ut pengene sine på grunn av lange køer og tomme minibanker.

Da ryktene begynte å spre seg denne morgenen, ble innskytere som Fredrick Kjenstad stilt overfor risiko angående innskuddene sine og minibanktjenesten. Er dette fundamental risiko, ikke-fundamental risiko på grunn av irrasjonelle investorer (noise-trader risk), eller begge? Forklar hvorfor!

3. Anta at nyttefunksjonen, u , har standard egenskaper, $u' > 0$ og $u'' < 0$. Det representative individets konsum følger de følgende førsteordensbetingelsene (Euler-likningene):

$$u'(C_t) = \beta E_t \left[(1 + r_{i,t}) u'(C_{t+1}) \right], \quad i = 0, 1, \dots, I$$

hvor C_t og C_{t+1} er konsum på henholdsvis tidspunkt t og $t + 1$, $r_{i,t}$ ($i = 1, 2, \dots, I$) er netto avkastning på aktivum i fra t til $t + 1$, og $r_{0,t}$ er netto avkastning på det risikofrie aktivum.

- (1) Gi en tolkning av Euler-likningene. (8%)
- (2) Ved å bruke de ovenstående Euler-likningene og kovariansidentiteten, vis hvordan prisen på aktivum i på tidspunkt t kan skrives som:

$$p_{t,i} = \frac{E_t(x_{i,t+1})}{1 + r_{0,t}} + \beta \frac{\text{cov}_t(u'(C_{t+1}), x_{i,t+1})}{u'(C_t)},$$

hvor $x_{i,t+1}$ er forventet utbetaling (payoff) for aktivum i på tidspunkt $t + 1$.

Gi en tolkning av dette uttrykket. (10%)

For de følgende spørsmålene, anta at Euler-likningene også holder for markedsporteføljen (erstatt $r_{i,t}$ med z_t), og at nyttefunksjonen til det representative individet er gitt ved:

$$u(C) = \log C,$$

hvor C er konsum. Vi antar videre at aksjeavkastning og konsumvekst er felles lognormalfordelt (jointly lognormally distributed).

Merk: For å svare på de følgende spørsmålene kan dere bruke formelen: $\log E(X) = E(\log X) + \frac{1}{2}\text{var}(\log X)$, hvor X er lognormalfordelt eller $\log X$ er normalfordelt.

- (3) Finn et uttrykk for logaritmen til brutto risikofri rente . (6%)
- (4) Finn et uttrykk for logaritmen til forventet brutto avkastning på markedsporteføljen.(6%)
- (5) Finn et uttrykk for risikopremien. Tolk dette uttrykket, og forklar hvordan og hvorfor dette uttrykket ikke kan forklare "Risikopremiemysteriet". (8%)

4. Som forventet avkastning/variens-optimerende investor (mean-variance optimizer), kan Nils Smith velge å sette sammen sin enperiodes investeringsportefølje fra tre aktiva; to risikable (A og B) og et risikofritt aktivum. Basert på historiske data har han estimert forventet avkastning og varians (kovarians) for de tre aktiva. De er som følger:

- R_f - avkastning på risikofritt aktivum.
- R_A and R_B - forventet avkastning på aktiva A og B.
- σ_A^2 and σ_B^2 - variansen til avkastningen for aktiva A og B, hvor σ_A og σ_B er standardavvik.
- ρ - korrelasjonen mellom avkastningen til A og B.

(**Merk:** de følgende spørsmålene er uavhengige, så du kan jobbe med dem i den rekkefølgen du ønsker.)

- (1) Ved å kun bruke aktiva A og B, lag en portefølje med forventet avkastning R . Løs for porteføljevæktene og variansen til denne porteføljen. (6%)
- (2) Anta at $R_f = 0.03$, $R_A = 0.07$, $R_B = 0.04$, $\sigma_A = 0.1$, $\sigma_B = 0.08$, $\rho = 0.4$. Ved å bruke **alle** tre aktiva setter Nils sammen en investeringsportefølje med forventet avkastning

og standardavvik på henholdsvis 0.05 og 0.06. anbefaler du ham å investere i denne porteføljen? Hvorfor (ikke)? (6%)

- (3) Definer forventet avkastning og varians for Nils' investeringsportefølje som R_p og σ_p . Ved å **kun** bruke aktiva A og B, løs for Nils' effisiente investeringsfront skrevet som en ligning med R_p og σ_p . Vis den effisiente porteføljefronten i det R_p - σ_p -aksiomatiske system, og vis de to risikable aktiva og minimum variansporteføljen (anta $R_A > R_B$, $\sigma_A > \sigma_B$ og $\rho = 0$). Gir det endringer i den effisiente porteføljefronten hvis Nils ikke kan short-selge aktivum B? (10%)

- (4) Definer forventet avkastning og varians for Nils' investeringsportefølje som R_p og σ_p . La Nils' nyttefunksjon være gitt ved:

$$U = R_p - \frac{1}{2}k(\sigma_p + \alpha)^2,$$

hvor k og α begge er konstanter som definerer Nils' risikoaversjon. Ved å **kun** bruke aktivum A og det risikofrie aktivum, løs for porteføljevektene i Nils' optimale portefølje som en funksjon av de gitte parametrene. Anta videre at $R_f = 0.03$, $R_A = 0.07$, $\sigma_A = 0.1$, $k = 1$ og $\alpha = 0.25$. Hva er porteføljevektene? Hvordan endres porteføljevektene i Nils' optimale portefølje hvis Nils ikke kan short-selge? (12%)

Final Exam - FIN3005 Asset Pricing

(English Version)

Fall, 2013

1. Two statements in the following are NOT consistent with the Efficient Market Hypothesis. Can you find them and explain the reasons with no more than 100 words for each? (10%)

- (A) Burton G. Malkiel (1995, *Journal of Finance*) shows that as a group, equity funds have generated lower returns than the benchmark portfolios, both before and after deduction of costs.
- (B) Researchers at NTNU, Joakim Kvamvold and Snorre Lindset, in a recent working paper show that flows into OSE index raise the co-movement of the index stocks. This indicates that including a stock in the OSE index has influence on the stock's return at equilibrium.
- (C) Tsingtao Brewery is a listed firm in both the Shanghai and Hong Kong stock exchanges. Currently, it is traded at \$7.02 per share in Shanghai but \$7.75 per share in Hong Kong. For each share, investors in the two markets have exactly the same rights.
- (D) Empirical researchers find that even a naive investment strategy (fx. forming an investment portfolio with equalized weights) outperforms most strategies suggested to investors by financial analysts.

2. Answer the following questions with no more than 100 words each. (18%)

- (1) Barro (2006) goes beyond the standard log-normality of returns assumption to explain the "Equity Premium Puzzle". Why and how does he alter the distribution?
- (2) Relative risk aversion is defined as:

$$RRA = -c \frac{u''(c)}{u'(c)}$$

where u is utility function and c is consumption. Which one of the following utility functions has increasing relative risk aversion in consumption? Show why.

(A) $u(c) = -e^{-\gamma c}$ (B) $u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}$ (C) $u(c) = \log c$

where $\gamma > 0$ is a constant.

- (3) Northern Stone is a local bank with over 1,000 ATMs in the city. This morning, rumors said that employees of Northern Stone would go on a three-day strike soon. Depositors are afraid that Northern Stone's ATM services will be shut down for a while due to the strike. Even those who do not need cash in the next a few weeks rush to the ATMs all over the city to take out their deposits. Fredrick Kjenstad, who needs large amounts of cash everyday, is not able to get it due to the long waiting lines.

When the rumors were spread in the morning, depositors like Fredrick Kjenstad face risk concerning their money in the bank and the ATM service. Is this fundamental risk, noise-trader risk, or both? Why?

3. Assume the utility function, u , has the standard properties, e.g., $u' > 0$ and $u'' < 0$. The representative consumer's consumption follows the following first-order conditions or the Euler equations:

$$u'(C_t) = \beta E_t \left[(1 + r_{i,t}) u'(C_{t+1}) \right], \quad i = 0, 1, \dots, I$$

where C_t and C_{t+1} are consumptions at time t and $t + 1$ respectively, $r_{i,t}$ ($i = 1, 2, \dots, I$) denotes the net return on asset i from t to $t + 1$, and $r_{0,t}$ denotes the net return of the risk free asset.

- (1) Give an interpretation of the Euler equations. (8%)
- (2) By using the above Euler equations and the covariance identity, show how the price of the assets at time t can be written as:

$$p_{t,i} = \frac{E_t(x_{i,t+1})}{1 + r_{0,t}} + \beta \frac{\text{cov}_t(u'(C_{t+1}), x_{i,t+1})}{u'(C_t)},$$

where $x_{i,t+1}$ is the expected payoff of asset i at time $t + 1$.

Give an interpretation of this expression. (10%)

For the following questions, assume that the Euler equations also hold for the market portfolio

(i.e. replace $r_{i,t}$ with z_t), and that the utility of the representative consumer is given as:

$$u(C) = \log C,$$

where C is consumption. We further assume that asset returns and consumption growth are jointly lognormally distributed.

Note: To answer the following questions, you may use the formula: $\log E(X) = E(\log X) + \frac{1}{2}\text{var}(\log X)$, where X is log-normally distributed or $\log X$ is normally distributed.

- (3) Find an expression for the log gross risk free rate. (6%)
- (4) Find an expression for the log expected gross return on the market portfolio. (6%)
- (5) Find an expression for the risk premium. Interpret this expression, and explain how and why this expression fail to solve the “Equity Premium Puzzle”. (8%)

4. As a mean-variance optimizer, Nils Smith can choose to form his one-period investment portfolio from three assets, two risky assets (A and B) and one risk-free. Based on historical data, he estimates the expected returns and variances (covariances) of the assets. They are as follows.

- R_f - return of the risk-free asset
- R_A and R_B - expected returns of asset A and B respectively
- σ_A^2 and σ_B^2 - variances of of returns of asset A and B respectively, where σ_A and σ_B are standard deviations.
- ρ - correlation between returns of asset A and B.

(Note: the following questions are independent, so you can start working in the order you like.)

- (1) Using asset A and asset B **only**, form a portfolio with expected return, R . Solve the portfolio weights and variance of this portfolio. (6%)
- (2) Suppose $R_f = 0.03$, $R_A = 0.07$, $R_B = 0.04$, $\sigma_A = 0.1$, $\sigma_B = 0.08$, $\rho = 0.4$. Using all the three assets, Nils formed an investment portfolio with expected return and standard deviation, 0.05 and 0.06, respectively. Do you suggest him invest in this portfolio? Why (not)? (6%)

- (3) Denote the expected return and variance of Nils' investment portfolio as R_p and σ_p . Using asset A and asset B **only**, solve Nils' efficient investment frontier denoted as an equation of R_p and σ_p . Show the efficient frontier in the R_p - σ_p axiomatic system and point out the two assets and the minimum-variance portfolio (suppose $R_A > R_B$, $\sigma_A > \sigma_B$ and $\rho = 0$). If Nils cannot short-sell asset B, any change of the efficient frontier? (10%)
- (4) Denote the expected return and variance of Nils' investment portfolio as R_p and σ_p . Let Nils' utility function be given as:

$$U = R_p - \frac{1}{2}k(\sigma_p + \alpha)^2,$$

where k and α are both constants reflecting his risk aversion. Using **only** asset A and the risk-free asset, solve the portfolio weights in Nils' optimal portfolio as a function of the given parameters. Furthermore, suppose $R_f = 0.03$, $R_A = 0.07$, $\sigma_A = 0.1$, $k = 1$ and $\alpha = 0.25$. What're the portfolio weights? If Nils cannot short-sell any asset, what's the change of the portfolio weights in Nils' optimal portfolio? (12%)

Karakterbegrunnelse

Fag: FIN 3005 – Makrofinans
Kandidat: 10000
Karakter: A
Semester: Høst 2013

Kandidaten leverer en meget god besvarelse, som skiller seg ut ved å vektlegge det som er viktig, og svare kort og presist der det oppfordres til korte svar.

I oppgave 1 finner kandidaten de to riktige svarene, og forklarer kort og presist hvorfor disse to er de riktige svarene. Vi spør for så vidt ikke hvorfor A og D er konsistente, og kandidaten får derfor ingen uttelling for disse forklaringene, selv om også disse er gode og presise.

Oppgave 2a er veldig god, og selv om mange andre har fått full uttelling viser kandidaten at artikkelen både er lest og forstått. Forklaringen som gis viser at kandidaten sannsynligvis også ville vært i stand til å forklare artikkelen i detalj.

Oppgave 2b er perfekt utført, med tilstrekkelig mellomregning og noe intuisjon om hva svaret betyr. Viser også utregning på de svarene som er feil som en sjekk på at det ikke er flere rette svar.

I oppgave 2c identifiserer kandidaten at det er både fundamental og ikke-fundamental risiko, og påpeker hva som er hva. Nok en gang viser kandidaten presis og fornuftig bruk av ordene.

Oppgave 3 er som helhet aldeles strålende. Selv om det svares på noe utover det vi spør om er alt vi ser etter med, og oppgaven er veldig fint bygd opp og strukturert. Kandidaten viser god forståelse, og linken fra dette spesielle tilfellet med log-nytte til den generelle formuleringen med γ viser at kandidaten skjønner sammenhenger ikke alle ser.

Oppgave 4 er så og si feilfri, og kandidaten viser at den behersker både de matematiske og intuitive aspektene ved oppgaven. Vi setter også stor pris på at kandidaten forklarer beregninger underveis, som gjør det enda klarere at kandidaten vet hva den holder på med.

I sum gjør dette at besvarelsen kvalifiserer til en soleklar A hos både intern og ekstern sensor.

Trondheim, 27.01.14. Torgeir Kråkenes (faglærer)

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Oppgave 1

Utragnene som ikke er i tråd med effisiente markeder er:

- c) Gnommen er if. loven om en pris at det samme aktivitet skal ha den samme prisen, ^{Her brukes} faktisk marked ikke dette
- B) (utg punktet skal aksjeprisen kun påvirkes av fundamentale verdiendringer (dvs. markedet effisient), men ved å inkl. aksje i index, og det blir aksjens avkastning ikke effisient (Index effekt.)
- (A) og (D) er dermed i tråd med effisient markedshypotese, ettersom (D) sier at ikke finan. har konk. formon og det samme for (A). \Rightarrow Ingen kan slå markedet ved kompliserte strategier.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Oppg 2

1) Barro forklarer risiko-premiemystriket ved å inkludere krisekumulativitet, dvs at man tar hensyn til fete haler, som innebærer ekstreme verdier for en fordeling (dvs mer kurvtose i fordelingen). Barro mener at det er viktig for å kunne forklare puzzle, og man ~~forstår~~ ~~opp en~~ ~~bestemt~~ vi dermed påvirket rf-rente ved at lavere fordi flere sparer for fremtiden, rente ↓. Flere sparer Rf fremfor aksjer, rente ↓, men aksjer: Flere sparer: avk ↓, Bytter fra ~~aksjer~~ ^{rf} til ~~aksjer~~ aksjer, avk ↑. Denom $\gamma > 1$ dominerer den første effekten.

Dette gjør at rf faller mer enn det aksjeavk gjør → høyere risikopremie. Betyr dermed at mulig forklaring på puzzle

$$2) u^z(c) = -e^{-\gamma c}$$

$$u'(c) = \gamma e^{-\gamma c}$$

$$u''(c) = -\gamma^2 e^{-\gamma c}$$

$$RRA = -c \cdot \frac{-\gamma^2 e^{-\gamma c}}{\gamma e^{-\gamma c}} = c\gamma$$

Den som konsumt øker, vil RRA øke, dvs at for det relative nivået på RRA (risikoaversjon) vil øke den som konsumet øker. Dette er en eksponensiell nyttefunksjon som vil øke i RRA og være konstant i AKA, og fastsette normalfordelte avk tall. Svaret er dermed (A).

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Undersøkel de andre :

$$(B) \quad u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{(1-\gamma)}$$

$$u'(c) = \frac{(1-\gamma) \cdot c^{-\gamma} \cdot (1-\gamma)}{(1-\gamma)^2} = c^{-\gamma}$$

$$u''(c) = -\gamma c^{-(\gamma+1)}$$

$$RRA = -c \cdot \frac{c^{-\gamma}}{-\gamma c^{-(\gamma+1)}} = \frac{-c^{-\gamma}}{-\gamma c^{-(\gamma+1)}} = \frac{1}{\gamma}$$

→ ~~konstant~~ konstant ARA

$$(C) \quad u(c) = \log c \quad u'(c) = \frac{1}{c}$$

$$u''(c) = -\frac{1}{c^2}$$

$$ARA = -c \cdot \frac{-\frac{1}{c^2}}{\frac{1}{c}} = 1 \quad \text{konstant relativ risikoaversion}$$

Svaret må dermed være (A). Merk at (B) og (C) frembyr lognormal aksjeavkastning.

- (3) Fundamentel risiko er risiko forbundet med at man kan oppleve endringer i fundamentale verdier, mens ikke-fundamentel risiko er risiko som følge av høy / irrasjonelle aksjekurs. Det at investorene i Kundaam løper til bankene er irrasjonell risiko, da et rykte kan generere en stor bølge av uikkerhet. Likevel kan det også være en reell risiko at en streik kan påvirke de fundamentale verdiene, ved at anften ikke fortsetter → man kan tape inntekter etc som kan påvirke banken. Likevel er det nok muligens det fundamentale /

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

noise traden ikke som her er mest problematisk, selv om det også ofte foreligger en fundamental risiko.

Oppgave 3

$$u'(c_t) = \beta \cdot E_t [(1+r_{i,t}) u'(c_{t+1})]$$

(1) Tolkning av eulerslikningen

Denne likningen kan tolkes som nytte tapet (på venstre side) ved å utsette konsumet til i morgen fremfor å konsumere i dag, minus høyre side er den diskonterte forventede nyttegennisten med å investere i dag og dermed isteden konsumere i morgen.

Tanken er at man avstår fra å investere en dollar i dag, kan dollaren investeres til avkastning $r_{i,t}$, som her er avkastningen på en portefølje som består både av risikable og ~~risikable~~ risikofrie ~~aktiver~~ aktiva. Ettersom man utsetter konsumet til fremtiden må man ta forventningsverdien, samt diskontere tilbake til dagens tidspunkt. Diskontingssatsen er her β , som betegnes som ~~risikofrie~~ subjektiv diskontingsrate. Jo høyere β jo mer tålmodig er aktøren, og jo lavere jo mer utålmodig. Dette gir dermed FOB ~~ett~~ som her er eulerslikningen.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

(2) Man tar utgangspunkt i Eulerlikningen som gir:

$$u'(c_t) = \beta E_t [(1+r_{i,t}) u'(c_{t+1})]$$

Man utnytter først at:

$$(1+r_{i,t}) = \frac{x_{t+1}}{p_t}$$

$$u'(c_t) = \beta E_t \left[\left(\frac{x_{t+1}}{p_t} \right) u'(c_{t+1}) \right]$$

$$p_t \cdot u'(c_t) = \beta \cdot E_t [(x_{t+1}) u'(c_{t+1})] \quad (*)$$

Videre kan man benytte: $E(xy) = E(x) \cdot E(y) + \text{cov}(xy)$

$$p_t \cdot u'(c_t) = \beta \left[E_t(x_{t+1}) \cdot E_t(u'(c_{t+1})) + \text{cov}(x_{t+1}, u'(c_{t+1})) \right]$$

$$p_t = \beta \cdot \frac{E_t(x_{t+1}) \cdot E_t(u'(c_{t+1}))}{u'(c_t)} + \beta \cdot \frac{\text{cov}(x_{t+1}, u'(c_{t+1}))}{u'(c_t)}$$

Man utnytter dermed videre et uttrykk som defineres som SDF - stokastisk diskontingsfaktor - som defineres som:

$$m_{t+1} = \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}$$

Detta er en diskontingsfaktor som diskunterer fremtidig output til dagens pris, og den er stokastisk. Kan også betegnes MRS, marginal substitusjonsrate, som definerer til hvilken rate man er

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

vilig til å bytte dagens kassum mot morgendagens.
Derfor man setter inn for m_{t+1} i relasjonen:

$$p_t = \frac{E_t(x_{t+1}) \cdot E_t(m_{t+1}) + \beta \frac{\text{Cov}(x_{t+1}, u'(c_{t+1}))}{u'(c_t)}}{(1+r_{0,t})}$$

videre har man at $m_{t+1} = \frac{1}{(1+r_{0,t})}$

så at man får:

$$p_t = \frac{E_t(x_{t+1})}{(1+r_{0,t})} + \beta \cdot \frac{\text{Cov}_t(u'(c_{t+1}), x_{t+1})}{u'(c_t)}$$

(1) (2)

Dette uttrykket kan tolkes som følgende:

- (1) diskontering av payoff med rf rente: Den man finner den diskonterte verdien med utgangspunkt i risikoneutralitet, der ikke hensyn til eventuelle risikoaversion.
- (2) Kontroll for risiko: Dette uttrykket kontrollerer for at alternative ikke er risikoneutral og at de mottar risiko, og dermed også må kompenseres for å påta seg risiko. Merke at dersom kassasjumm men $u'(c_{t+1})$ og x_{t+1} er 0, vil man ikke kompenseres for risiko. Derfor man har en høy marginal ~~konsum~~-nytte og samtidig høy payoff, vil det bety at man vil ha høy marginalnytte og samtidig høy payoff. Dersom payoff er høy, er alt høy, og det betyr høy avkastning i gode tider.

Denne kolonnen er
forbeholdt sensor
This column is for
external examiner

Dette betyr at prisen vil bli høyere. Dersom man opplever motsatt, og lav avkastning når man har høyest nytte, må man kompenseres for dette med lavere priser og høyere avkastning. Tanken er at en allere i utgangspunktet ~~er~~ ønsker et gjernt konsum, og dersom man skal unke fra dette trenger en høyere avkastning som kompensasjon, noe som gir lavere pris.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

(3) Man kan ha utgangspunkt i Euler likningen og fremsetter et gjeldsfor de to ulike aksjer. Man kan vise dette som følgende:

$$U'(C_t) = \beta E_t [(1+r_{i,t}) U'(C_{t+1})]$$

$$r_{i,t} = z_i \cdot w_{t,i} + (1-w_{t,i}) \cdot r_{o,t}$$

$$U'(C_t) = \beta \cdot E_t \left[(1 + (z_i \cdot w_{t,i}) + (1-w_{t,i}) \cdot r_{o,t}) \cdot U'(C_{t+1}) \right]$$

$$= \beta \cdot E_t \left[(1 + r_{o,t} + w_{t,i} \cdot (z_i - r_{o,t})) \cdot U'(C_{t+1}) \right]$$

$$U'(C_t) = \beta \cdot E_t \left[(1 + r_{o,t}) \cdot U'(C_{t+1}) \right] \quad (1)$$

Bekreftelse for at ~~denne~~

$$\beta \cdot E_t \left[w_{t,i} (z_i - r_{o,t}) \cdot U'(C_{t+1}) \right] = 0$$

faller bort kommer fra den andre relasjonen som utgjør første ordensbet sammen med Eulerlikningen, nemlig investorens ^{optimal} porteføljeverd.

$$\beta E_t \left[(z_i - r_{o,t}) \cdot U'(C_{t+1}) \right] = 0$$

Man ser dermed at (1) gir et uttrykk med utgangspunkt i den risikofrie renten, og porteføljen er den samme som under del spm (2) bare at man investerer i:

Denne kolonnen er
forbeholdt sensor
This column is for
external examiner

Man bruker dermed (1) for å finne bruttoavkastning:

$$u'(c_t) = \beta \cdot E_t [(1+r_{0,t}) \cdot u'(c_{t+1})]$$

Skrevet:

$$1 = \beta \cdot E_t \left[(1+r_{0,t}) \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right]$$

Man har at nyttefunksjonen er:

$$u(c) = \log c$$

$$u'(c) = \frac{1}{c}$$

$$u'(c_{t+1}) = \frac{1}{c_{t+1}}$$

$$u'(c_t) = \frac{1}{c_t}$$

$$1 = \beta \cdot E_t \left[(1+r_{0,t}) \cdot \frac{c_t}{c_{t+1}} \right]$$

~~ln~~
$$\ln 1 = \ln \beta + \ln E_t \left[(1+r_{0,t}) \cdot \frac{c_t}{c_{t+1}} \right]$$

$$0 = \ln \beta + E_t \ln(1+r_{0,t}) + E_t \ln \left(\frac{c_t}{c_{t+1}} \right) + \frac{1}{2} \text{Var} \left(\frac{c_t}{c_{t+1}} \right)$$

Merke: r er pr. def risikopri og kan dermed droppe forventningsverdien:

$$\ln(1+r_{0,t}) = -\ln \beta - E_t \ln \left(\frac{c_t}{c_{t+1}} \right) - \frac{1}{2} \text{Var} \left(\frac{c_t}{c_{t+1}} \right)$$

Mer intuitivt kan man definere

$$\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} = \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-1} \quad \text{der man kan}$$

argumentere med at man har en $\gamma = 1$, dum en risikoenventivitet på 1.

Dette gir:

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

$$\ln 1 = \ln \beta + \ln E_t \left[(1+r_{0,t}) \cdot \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-1} \right]$$

$$\ln(1+r_{0,t}) = \underline{\underline{-\ln \beta + E_t \ln \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right) - \frac{1}{2} \text{Var} \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)}}$$

Man ser dermed at risikopremien avhenger av en rekke utførelse og variabler:

- Jo høyere β , jo lavere blir rf-rente. Effekten er at man er mer tålmodig og dermed mer tilbøyelig for å utsette konsummet. Effekten høyere inntjenning of, lavere rente.

- Dermed rf-rente blir høyere vil flere vurdere å utsette konsummet. Merk at

$$\ln \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right) \text{ kan skrives } \Delta \ln c_{t+1}$$

Man vil dermed få en høyere konsumvekst.

Mer er begrepet intertemp substitusjonen sentralt.

En konsument kommer i utgangspunktet et

så mooth konsum som mulig og dermed

man skal være tilbøyelig til å utsette

konsum, som gir høyere konsumvekst,

må man dermed få høyere rente.

- Jo høyere rammen konsumvekst, jo flere vil spare pga ølet usikkerhet, og renten lavere. Dette kommer av utførelse:

Precautionary saving

Denne kolonnen er
forbeholdt sensor
This column is for
external examiner

(4) Man tar utg. punkt i Eulerlikningen direkte
eliminerer denne representere markedsporteføljen.

$$u'(c_t) = \beta E_t [(1+r_{i,t}) u'(c_{t+1})]$$

$$1 = \beta E_t \left[(1+r_{i,t}) \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right]$$

Man benytter nyttefunksjonen fra (2) slik at

$$1 = \beta \cdot E_t \left[(1+r_{i,t}) \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)^{-1} \right]$$

$$\ln 1 = \ln \beta + \ln E_t \left[\dots \right]$$

$$\begin{aligned} \ln 1 &= \ln \beta + \ln E_t \left[(1+r_{i,t}) - E_t \ln(\Delta c_{t+1}) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \text{Var} \ln(1+r_{i,t}) + \frac{1}{2} \text{Var} \ln(\Delta c_{t+1}) \right. \\ &\quad \left. - \text{Cov}(\ln(1+r_{i,t}), \ln \Delta c_{t+1}) \right] \end{aligned}$$

Man kan definere $\ln\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right) = \ln(\Delta c_{t+1}) = \Delta c_{t+1}$
(kan også gjøres i språk (3))

$$\begin{aligned} E_t \ln(1+r_{i,t}) &= \frac{-\ln \beta + E_t \ln(\Delta c_{t+1})}{\cancel{\ln \beta} - \frac{1}{2} \text{Var} \ln(1+r_{i,t})} \\ &\quad - \frac{1}{2} \text{Var}(\Delta c_{t+1}) + \text{Cov}(\ln(1+r_{i,t}), \Delta c_{t+1}) \end{aligned}$$

Man har dermed uttrykket for bruttoavkastningen
til markedsporteføljen på logaritmsk form.

~~Man kan også definere~~

Merk! Definit Δ som markedsporteføljen.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

(5)

For å finne risikopremien, her definert som meravkastningen til markedet utover den rf-renten; tar man utg.punktet i:

$$\ln(1+r_{0,t}) = -\ln\beta + E_t \ln\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right) - \frac{1}{2}\text{Var} \ln\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)$$

evt.

$$\ln(1+r_{0,t}) = -\ln\beta + E_t(\Delta c_{t+1}) - \frac{1}{2}\text{Var}(\Delta c_{t+1})$$

og:

$$E_t \ln(1+r_{0,t}) = -\ln\beta + E_t(\Delta c_{t+1}) - \frac{1}{2}\text{Var} \ln(1+r_{0,t}) - \frac{1}{2}\text{Var}(\Delta c_{t+1}) + \text{Cov}(\ln(1+r_{0,t}), \Delta c_{t+1})$$

$$\ln E_t(1+r_{0,t}) - \ln(1+r_{0,t}) = \underline{\text{Cov}(\ln(1+r_{0,t}), \Delta c_{t+1})}$$

Merk at det her forutsetter at $\gamma=1$, dvs risikoaussjåen til aktøren.

Man ser at risikopremien forutsett på konsumanten mellom avkastning på markedsporteføljen og konsumvekst. Den som man opplever høy avkastning når høy konsumvekst, betyr det at man har høy avkastning i gode tider og mindre dårlig/lav avkastning i dårlige tider. Man må kompenseres for dette, ettersom dette er med på å forsterke svingningene i dårlige og gode tider, men man ønsker stabilisert.

Denne kolonnen er
forbeholdt sensor
This column is for
external examiner

Man vil dermed oppnå en ~~større~~ nikkopremie.
Dersom man hadde hatt slike at høy
avkastning kan i perioder med lav rente og
motsatt, ser man at det fungerer som en
hedge / fusjonering og man vil være villig til å
ha en avkastning lavere enn if av den grunn.

Hvorfor kan den dette uttrykket forklares EPP?

Blant annet Campbell og Barro har undersøkt
allspenningsdata og finner at ledere har
høy avkastning og er relativt volatile, mens
if har svært lav avkastning og den helt nikkofritt.
Samtidig opplever man en relativt stabil konsumvekst.

Problemet er at dersom man setter inn de
empiriske data i uttrykket for nikkopremien,
vil man oppleve en svært høy nikkokoeffisient-
koeffisient. DeLong og Marglin nevner at data
gir at man er 170 ganger mer misfornøyd
med å tape en dollar, sammenlignet med å
gjøre en dollar.

I praksis opplever man $\gamma > 10$, og dette er
svært høyt. Hva skjer dersom man ikke
bryr seg nødvendigvis om den høye avkastningen og
benytter dataene? Man vil da få et nytt
puzzle kalt nikkofri rente mytten.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Derimot man bruker den høye γ , krever det at β må være anslag 1 eller større.

En viktig sammenheng er definert $\beta = \frac{1}{(1+\delta)}$

δ = rate of time preferences: Og sier noe om hvor mye man foretrekker på dagens situasjon sammenlignet med fremtiden. Den som høy foretrekker på i dag. Den som β er 1 eller høyere betyr det at δ er null, noe som ikke gir mening, og dermed sier man at et forsøk på å foreklare EPP gjør at man får et nytt puzzle!

Merket det finnes svært mange foreklaringer som er forenklet, blant annet introduksjon senkonsum, transaksjonskostnader, definere nye nyttefunksjoner, foretrekker på innsparelse alternativt etc.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Oppgave 4

(1) Med utgangspunkt i aksja A og B som her finansieringsniskable, kan man lage følgende portefølje som:

$$R_p = \lambda_A R_A + \lambda_B R_B$$

Det foresettes at vektingen summeres til 1, slik at

$$\lambda_A + \lambda_B = 1 \quad \lambda_B = 1 - \lambda_A$$

$$R_p = \lambda_A R_A + (1 - \lambda_A) R_B$$

Man kan dermed løse for porteføljevekten:

$$R_p = \lambda_A R_A + R_B - \lambda_A R_B$$

$$(R_p - R_B) = \lambda_A (R_A - R_B)$$

$$\lambda_A = \frac{(R_p - R_B)}{(R_A - R_B)}$$

$$(1 - \lambda_A) = \lambda_B$$

$$\lambda_B = 1 - \frac{(R_p - R_B)}{(R_A - R_B)}$$

$$\lambda_B \cdot (R_A - R_B) = (R_A - R_B) - (R_p - R_B)$$

$$\lambda_B = \frac{(R_A - R_p)}{(R_A - R_B)}$$

Man kan dermed alternativt uttrykke for porteføljevekten:

Denne kolonnen er
forbeholdt sensor
This column is for
external examiner

Denne Lore for varamen, ta utgangspunkt i
varamen/uttrykket:

$$\sigma_p^2 = \lambda_A^2 \sigma_A^2 + \lambda_B^2 \sigma_B^2 + 2 \cdot \lambda_A \lambda_B \sigma_A \sigma_B \rho$$

Man kan dermed sette inn for portefoljevektene,
slut ut:

$$\sigma_p^2 = \left[\frac{R_p - R_B}{(R_A - R_B)} \right]^2 \sigma_A^2 + \left[\frac{(R_A - R_p)}{(R_A - R_B)} \right]^2 \sigma_B^2$$

$$+ 2 \cdot \left[\frac{R_p - R_B}{(R_A - R_B)} \right] \cdot \left[\frac{R_A - R_p}{(R_A - R_B)} \right] \cdot \sigma_A \sigma_B \rho$$

Man kan dermed et uttrykk både for avk, varamen
og vektene.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

(2)

Man kan undersøke hvilken utvikling og
varian denne relasjonen gir; sammenlignet
med Nik sin:

$$R_p = R_f \cdot \lambda_f + R_A \cdot \lambda_A + R_B \cdot \lambda_B$$

$$\sigma_p^2 = \sigma_A^2 \lambda_A^2 + \sigma_B^2 \lambda_B^2 + 2 \cdot \sigma_A \sigma_B \lambda_A \lambda_B \rho$$

varianen kan skrives:

$$\sigma_p^2 = \lambda_A^2 \sigma_A^2 + \sigma_B^2 \cdot (1 - \lambda_A)^2 + 2 \sigma_A \sigma_B \lambda_A (1 - \lambda_A) \rho$$

Man kan undersøke hvilken forventning man
får for den samlede varansen til Nik:

$$\sigma = 0,08$$

$$\sigma^2 = 0,08^2 = 0,0036$$

$$0,0036 = \lambda_A^2 0,1^2 + (1 - \lambda_A)^2 \cdot 0,08^2 + 2 \cdot 0,1 \cdot 0,08 \cdot \lambda_A \cdot (1 - \lambda_A) \cdot 0,4$$

$$0,0036 = \lambda_A^2 0,01 + 0,0064 \cdot (1 - \lambda_A)^2 + 0,0064 \cdot \lambda_A (1 - \lambda_A)$$

$$(1 - \lambda_A)^2 = (1 - \lambda_A) \cdot (1 - \lambda_A) = 1 - 2\lambda_A + \lambda_A^2$$

$$0,0036 = \lambda_A^2 0,01 + 0,0064 \cdot (1 - 2\lambda_A + \lambda_A^2) + 0,0064 \lambda_A - 0,0064 \lambda_A^2$$

$$= \cancel{0,0036 \lambda_A^2}$$

$$0 = \lambda_A^2 0,01 - 0,0064 \lambda_A - \cancel{0,0036 \lambda_A^2} + 0,0028$$

$$ABC: \frac{-(-0,0064) \pm \sqrt{(-0,0064)^2 - 4 \cdot (0,01) \cdot \cancel{0,0036}}}{2 \cdot 0,01}$$

(0,0028)

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

$$\lambda_i = \frac{0,0064 \pm 0,012367}{0,02} = 0,32 \pm 0,61832$$

$$\lambda_1 = 0,93836 \quad \lambda_2 = -0,29835$$

Man kan dermed beregne vektene:

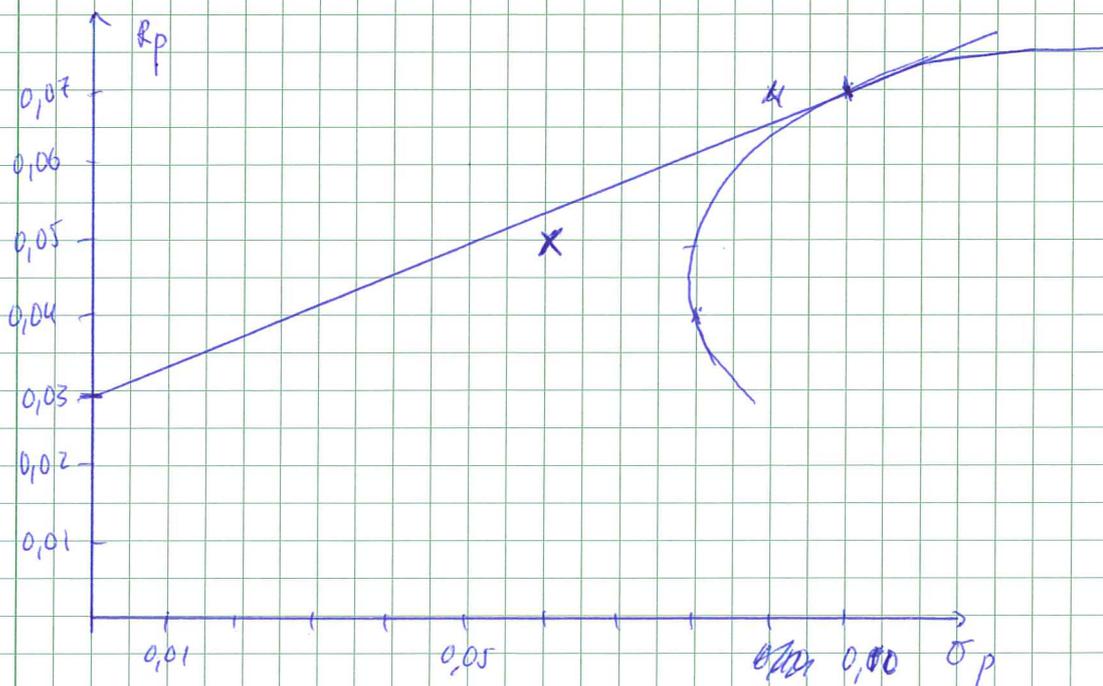
$$\lambda_A = 0,93836$$

$$\lambda_B = 0,06164$$

$$\lambda_A = -0,29835$$

$$\lambda_B = 1,29835$$

Man dermed former en portefølje som kan unanomne andelen rf sammenl med andelen i denne porteføljen. Alt sammen kan man løse grafene.



Densum $R_p = 0,05$ $\sigma_p = 0,06$

~~0,05 = 0,03 + 0,02 \lambda_A + 0,08 \lambda_B~~

Man ser dermed at til den samme risiko kan man oppnå noe høyere avkastning, densum man investerer i markedsporteføljen.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Man ser frem at den som investerer ~~investerer~~
~~invest 100%~~ slik at summe avkastning som Nilv i A og B:

$$0,93836 \cdot 0,07 + 0,06164 \cdot 0,04$$

$$= 0,06815 > 0,05$$

Dvs: $\lambda_A = 0,093836$ $\lambda_B = 0,0$

Man ser at den som investerer kun i A og B:

$\lambda_A = 0,93836$, $\lambda_B = 0,06164$ og $\lambda_f = 0$

$R_p = 0,093836 \cdot 0,07 + 0,06164 \cdot 0,04 = 0,06815$
 $> 5\%$, og dette er dermed et alternativ fremfor

Nilv investering. Man ser at han kan bør investere ettersom man kan oppnå bedre ved kjøp av andre kompasjoner.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

(3) Dersum man kun bruker aksjer A og B som er opmale, kan man først finne mulighetssettet ved $\min_{\text{port}} \sigma_p^2$ s.t. R_p

Direkte velges $\max R_p$ s.t. σ_p^2 , λ_p

Man kan dermed: $R_p = \lambda_A \cdot A + \lambda_B \cdot B$
 $\lambda_p = \lambda_A + \lambda_B$
 $\sigma_p^2 = \dots$

$$R_p = 0,07 \lambda_A + 0,04 (1 - \lambda_A)$$

$$\sigma_p^2 = 0,1^2 \lambda_A^2 + 0,08^2 (1 - \lambda_A)^2 + 2 \cdot 0,1 \cdot 0,08 \lambda_A (1 - \lambda_A) \cdot 0,4$$

Man kan definere porteføljevektene som:

$$R_p = 0,07 \lambda_A + 0,04 - 0,04 \lambda_A$$

$$R_p - 0,04 = \lambda_A \cdot (0,07 - 0,04)$$

$$\lambda_A = \frac{(R_p - 0,04)}{0,03}$$

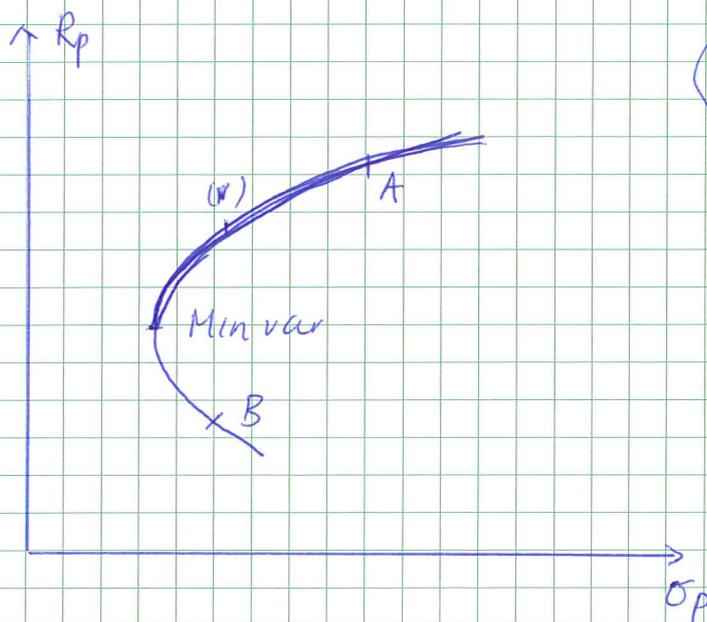
Man kan dermed sette inn for dette i σ_p^2 , man først gjøre en del til σ_p ved å ta roten:

$$\sigma_p = 0,1 \cdot \frac{(R_p - 0,04)}{0,03} + 0,08 \cdot \left(1 - \frac{(R_p - 0,04)}{0,03}\right)$$

$$+ \sqrt{2 \cdot 0,1 \cdot 0,08 \cdot \left[\frac{R_p - 0,04}{0,03}\right] \cdot \left[1 - \frac{(R_p - 0,04)}{0,03}\right] \cdot 0,4}$$

Man har dermed et uttrykk som både består av std. avvik og R_p , eventuelt kan man maksimere mhp vektene, slik at man kan plukke relasjon.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner



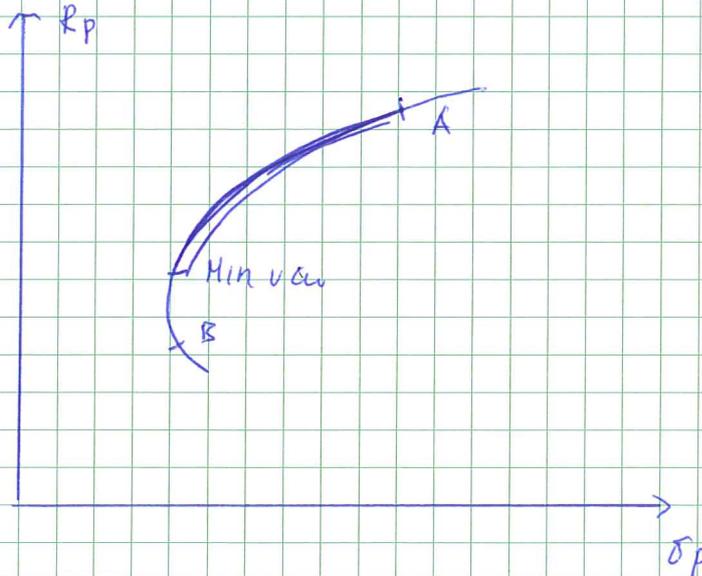
Den effisiente fronten utgjør kun en del av det totale mulighetssettet. Den kun den delen av mulighetssettet fra minimumvariansportefoljen og oppover. Dermed man fortsatt et $p=0$, gir det et mulighetssett som er en parabel. Den effisiente fronten er der man maksimerer R_p , gitt σ_p , da at man aldri vil investere i eiendel B alene (den 100%), ettersom man kan investere i punktet (*) som gir samme standardavvik, men høyere forventning. En rasjonell investor vil dermed ikke ønske å investere alene i B ettersom man kan oppnå bedre. Tanken med den effisiente fronten er at man kan investere i lang eller kort fronten, og hvor mye man velger å investere i de ulike aktiva avhenger av grad av risikoavvisning.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Derimot man inkluderer restinvestering av investering må man i maksimeringsproblemet betinge av $\lambda_B \geq 0$ som en del av bet :

$$\begin{aligned} \max \quad & R_p \quad \text{s.t.} \quad \sigma_p, \\ & \lambda_p = \lambda_A + \lambda_B \\ & \lambda_B \geq 0 \end{aligned}$$

Ent grafisk ser man at et eventuelt investering av B betyr at man kan investere mer enn 100% i A, og man befinner seg dermed på den effisiente fronten på høyre side av A. Derimot den effisiente fronten ikke skal tillate investering av B, betyr det at den effisiente fronten stopper ved A :



Den tykke linje viser investering i derfor nå utgjøre den effisierte fronten.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

$$(4) \quad U = R_p - \frac{1}{2} k (\sigma_p + \alpha)^2$$

Dermed man skal finne optimal portefølje:

$$\begin{aligned} \max U \quad \text{s.t} \quad & R_p = \lambda_A R_A + \lambda_f R_f \\ & \lambda_p = \lambda_A + \lambda_f \\ & \sigma_p^2 = \lambda_A^2 \sigma_A^2 \end{aligned}$$

Man ser at når man inkluderer et risikofritt aktivum vil variansen bli annullert. Grunnen er at $\sigma_f = 0$, som er at per definisjon vil variansen til den risikofrie renten være 0, og dermed vil både det 2 og sitteliddet (kvarant) falle bort.

Man setter dermed inn for R_p og σ_p^2 i relasjonen (eventuelt σ_p) for dermed å maksimere mhp vektene for å finne optimum:

$$U = (\lambda_A R_A + (1 - \lambda_A) R_f) - \frac{1}{2} k (\lambda_A \sigma_A + \alpha)^2$$

$$\frac{\partial U}{\partial \lambda_A} = (R_A - R_f) - \frac{1}{2} \cdot 2 k (\lambda_A \sigma_A + \alpha) \cdot (\sigma_A)$$

$$= (R_A - R_f) - k (\lambda_A \sigma_A^2 + \alpha \sigma_A)$$

$$= (R_A - R_f) - k \lambda_A \sigma_A^2 - \alpha \sigma_A k$$

$$\lambda_A k \sigma_A^2 = (R_A - R_f) - \alpha \sigma_A k$$

$$\lambda_A = \frac{(R_A - R_f) - \alpha \sigma_A k}{k \sigma_A^2}$$

Man har dermed de optimale vektene.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

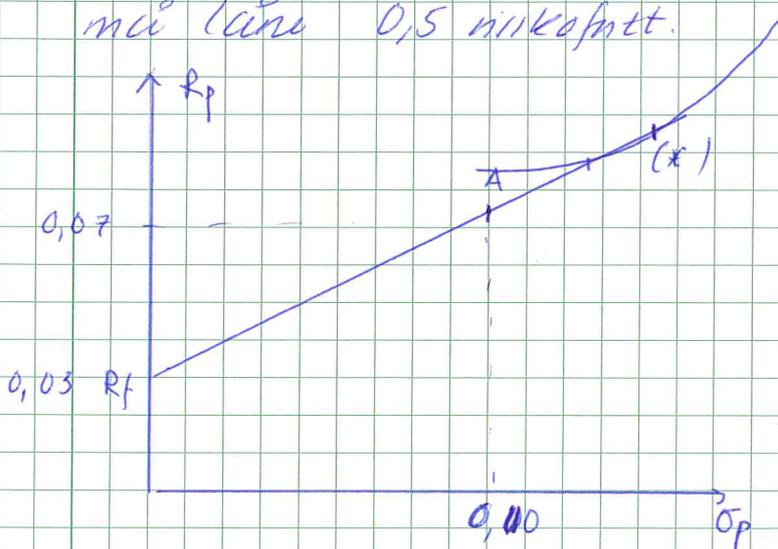
Man kan dermed sette inn for tallene:

$$\lambda_A = \frac{(0,07 - 0,03) - 0,25 \cdot 0,1 \cdot 1}{1 \cdot 0,1^2}$$

$$\lambda_A = \underline{\underline{1,5}}$$

$$\lambda_f = \underline{\underline{-0,5}}$$

Dette innebærer at man vil investere mer enn 100% i eiendel A, noe som innebærer at man må låne 0,5 markodert.



Man kan nå si at ut fra denne investeringen, nyttefunksjonen vil man befinne seg til høyre for A, og til pågangen sliper dermed mellom nyttefunksjonen og mulighetsrettet linje har utgjort en rett linje når man inkluderer en risikofri eiendel i portefoljen.

Hva sliper dersom man ikke har mulighet til shortsalg?

Ettersom man har nær funnet at vektene innefor at man shorts, og vi dermed underforutsetter om at ikke kan korte andres.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Generelt vil optimaliseringsproblemer endres slik at:

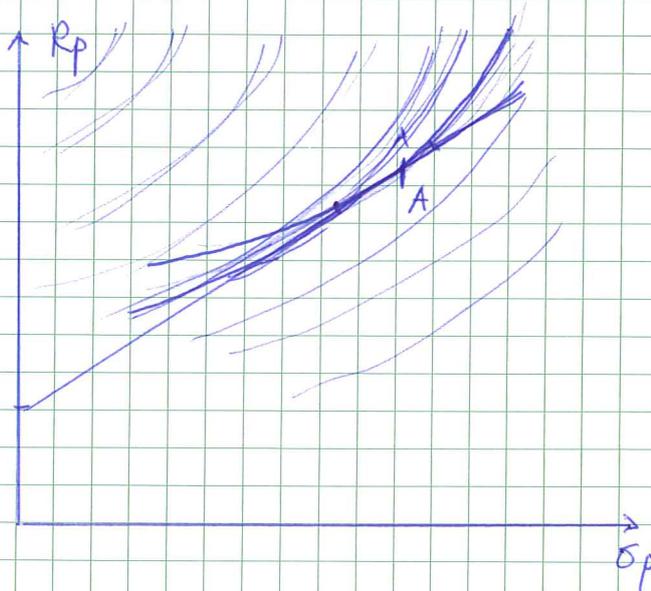
$$\max U \quad \text{s.t} \quad R_p = \lambda_A R_A + \lambda_f R_f$$

$$\lambda_p = \lambda_A + \lambda_f$$

$$\sigma_p^2 = \lambda_A^2 \sigma_A^2$$

~~$$\lambda_f \geq 0, \lambda_A \geq 0$$~~

Man vil dermed ha et optimaliseringsproblem der man bruker Kuhn-Tucker, men generelt vil selvsagt i A reduseres slik at man kommer på kurvet side av A i diagrammet, den vil man må endre ~~nytt~~ ~~indifferenskurve~~ kurve, da man ønsker å oppnå så høy nytte ~~gjett~~ som mulig gitt begrensninger. Her flere begrensninger, lavere nyttenivå:



Etter begrensningen vil man igjen forsøke å tilbake seg optimal på en så høy kurve som mulig, den vil langt til venstre som mulig.