



# ECONnect

NTNU

## Faktor

- en eksamensavis utgitt av ECONnect



**Eksamensbesvarelse:**

**FIN 3006 – Anvendt tidsserieøkonometri**

Eksamen:  
Antall sider:

Høst 2011  
29



## Om ECONnect:

ECONnect er en frivillig studentorganisasjon for studentene på samfunnsøkonomi- og finansøkonomistudiet ved NTNU. Vi arbeider for økt faglig kompetanse blant våre studenter samt tettere kontakt med næringslivet. Det gjør vi ved å arrangere fagdager, gjesteforelesninger, bedriftspresentasjoner m.m. I dag går det ca. 200 studenter på bachelornivå (1.-3. klasse) og ca. 70 studenter på masternivå (4.-5. klasse). Studentene på masternivå er fordelt på de to linjene samfunnsøkonomi (ca. 50 stk) og finansiell økonomi (ca. 20 stk). Mer om ECONnect og aktuelle arrangementer på [www.econnect-ntnu.no](http://www.econnect-ntnu.no).

ECONnect består av følgende personer ved utgivelsestidspunkt:

Caroline Lesiewicz(Leder)	<a href="mailto:caroline@econnect-ntnu.no">caroline@econnect-ntnu.no</a>
Mariell Toven(Økonomiansvarlig/kandidattreffet)	<a href="mailto:mariell@econnect-ntnu.no">mariell@econnect-ntnu.no</a>
Daniel Johansson (Bedriftsansvarlig)	<a href="mailto:daniel@econnect-ntnu.no">daniel@econnect-ntnu.no</a>
Johan Berg Fossen(Fagdagsansvarlig)	<a href="mailto:johan@econnect-ntnu.no">johan@econnect-ntnu.no</a>
Georg Næsheim	<a href="mailto:georg@econnect-ntnu.no">georg@econnect-ntnu.no</a>
Ellen Normann	<a href="mailto:ellen@econnect-ntnu.no">ellen@econnect-ntnu.no</a>
Ragnhild Grøv	<a href="mailto:ragnhild@econnect-ntnu.no">ragnhild@econnect-ntnu.no</a>
Martine Ødegård(Faktoransvarlig)	<a href="mailto:martine@econnect-ntnu.no">martine@econnect-ntnu.no</a>
Inga Friis	<a href="mailto:inga@econnect-ntnu.no">inga@econnect-ntnu.no</a>
Ida Charlotte Engebretsen	<a href="mailto:ida.charlotte@econnect-ntnu.no">ida.charlotte@econnect-ntnu.no</a>

<i>Post- og besøksadresse:</i>	<i>Organisasjonsnummer:</i>	<i>Hjemmeside:</i>
ECONnect, NTNU Dragvoll Institutt for samfunnsøkonomi Bygg 7, Nivå 5 7491 Trondheim	NO 994 625 314	<a href="http://www.econnect-ntnu.no">www.econnect-ntnu.no</a>

*Merk: Eksamensbesvarelsene har i varierende grad feil og mangler, både oppsett og innhold. De vil også kun vise en av flere mulige fremgangsmåter. ECONnect står ikke ansvarlig for selve faginnholdet.*

## **Kommentar til eksamensbesvarelse FIN 3006, høst 2011.**

Det som kjennetegner denne besvarelsen er at de aller fleste delspørsmål er klart tilfredsstillende og presist besvart uten irrelevant utenomsnakk. Tolkningen og diskusjonen i forbindelse med 2a) og 2c) trekker opp. Begrunnelsen for seriekorrelasjon (2d) og skjevhet (2e) ved utelatt lagget konsumvekst er også svært presis og god.

Spørsmål 2g) er imidlertid upresist besvart. Slik oppgaveteksten er formulert vil et presist (og kort) svar være: i) estimer en GARCH-modell for sysselsettingsandelen og lagre predikert varians fra denne estimeringen. ii) inkluder predikert varians for EMP i en utvidet konsummodell. Merk at en GARCH-M modell ikke gir svar på oppgaven siden det ikke er usikkerhet om konsumutviklingen det er snakk om i dette delspørsmålet. Merk også at en presis forklaring av prosedyren ikke krever mer enn noen få setninger!

Når det gjelder 2f) kunne kandidaten gjerne presentert en ARMA(2,2) modell, men diskusjonen ellers er helt OK.

Selv om besvarelsen inneholder ett svakt punkt holder resten såpass høyt nivå at den samlede prestasjonen vurderes til A.

Kåre Johansen



**EKSAMENSOPPGAVE I FIN3006**  
**ANVENDT TIDSSERIEØKONOMETRI**

**Faglig kontakt under eksamen: Kåre Johansen**  
Tlf.: 9 19 36

**Eksamensdato:** Onsdag 14. desember 2011  
**Eksamenssted:** Dragvoll  
**Eksamenstid:** 6 timer  
**Studiepoeng:** 15  
**Tillatte hjelpemidler:** Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.  
Enkel kalkulator Citizen SR-270x el. HP 30S.

**Sensur:** 14. januar 2012

Eksamensoppgaven består av 2 oppgaver med delspørsmål som alle skal besvares.

Antall sider bokmål: 3

Antall sider nynorsk: 3

Antall sider engelsk: 3

Vedlegg: 5 tabeller

## Oppgave 1

En forsker undersøker tidsserieegenskapene til makroøkonomiske variable og rapporterer følgende resultater for sysselsettingsandelen, EMP, definert ved sysselsatte personer i prosent av arbeidsstyrken:

### Modell 1

$$(1.1) \quad EMP_t = 0.93 EMP_{t-1} + 6.76 + v_t$$

(0.004)                      (0.39)

$$(1.2) \quad \sigma_t^2 = 0.02 - 0.18 v_{t-1}^2 + 0.34 I_{t-1} v_{t-1}^2 + 0.87 \sigma_{t-1}^2$$

(0.006)    (0.10)                      (0.17)                      (0.10)

der  $\sigma_t^2$  er variansen til restleddet  $v_t$  i (1.1),  $I_{t-1}$  er en binær variabel lik 1 når  $v_{t-1} < 0$ , null ellers og tall i parenteser er estimerte standardavvik til parameterestimaterne. Modellen er estimert ved bruk av 147 observasjoner.

a) Forklar hvordan du kan teste empirisk om variabelen EMP er stasjonær og bruk resultatene i ligning (1.1) til å gjennomføre testen. Finn den langsiktige likevektverdien til EMP. Drøft deretter mulige problem ved å basere testen på denne enkle ligningen.

b) Forskeren er interessert i å avdekke potensiell struktur i volatiliteten til sysselsettingsandelen og har derfor estimert ligning (1.2). Gi en tolkning av resultatene i denne ligningen.

Forskeren har også estimert den enklere modellen gitt ved:

### Modell 2

$$(2.1) \quad EMP_t = 0.96 EMP_{t-1} + 4.40 + v_t$$

(0.006)                      (2.41)

$$(2.2) \quad \sigma_t^2 = 0.007 + 0.08 v_{t-1}^2 + 0.88 \sigma_{t-1}^2$$

(0.012)    (0.06)                      (0.12)

c) Sammenlign resultatene i ligning (2.2) og (1.2) og drøft *kort* hvordan estimerte verdier for de gjenværende parametrene endres. Drøft deretter hvilken av de to modellene du vil velge basert på opplysningene i Tabell 1 der  $\log L$  er logaritmen til likelihoodfunksjonen,  $SC$  er Schwarz' informasjonskriterium,  $HQ$  er Hannan-Quinn kriteriet og  $AIC$  er Akaikes informasjonskriterium.

Tabell 1

	$\log L$	$SC$	$HQ$	$AIC$
Modell 1	-64.228	1.078	1.005	0.955
Modell 2	-70.878	1.134	1.073	1.032

## Oppgave 2

a) Forklar hvordan du kan teste om to eller flere ikke-stasjonære variable kointegrerer. Hva er tolkningen av en kointegrerende sammenheng og hvordan vil du utnytte denne egenskapen ved spesifisering av en dynamisk økonometrisk modell?

Nedenfor finner du resultater fra en økonometrisk analyse av konsumfunksjonen basert på kvartalsdata. Variablene som benyttes er:  $cp_t$  er logaritmen til privat konsum i faste priser,  $y_t$  er logaritmen til privat realdisponibel inntekt,  $w_t$  er logaritmen til privat realformue,  $RR_t$  er realrenta i prosent,  $ec_t = cp_t - 0.85y_t - 0.15w_t + 0.007RR_t$ ,  $D4cp_t = cp_t - cp_{t-4}$ ,  $D4y_t = y_t - y_{t-4}$ ,  $D4w_t = w_t - w_{t-4}$ , altså årlige endringer i konsum, inntekt og formue mens  $Q1_t$ ,  $Q2_t$  og  $Q3_t$  er dummyvariable for hhv. første, andre og tredje kvartal.

Tabell 2 rapporterer de empiriske resultatene basert på 152 observasjoner. Tall i parenteser under estimerte parametre er t-verdier.

- b) Modell A er en forenklet versjon av en mer generell modell der også  $D4y_{t-1}$ ,  $D4w_{t-1}$ ,  $D4RR_t$  og  $D4RR_{t-1}$  var inkludert. For denne modellen ble summen av kvadrerte avvik, SSR, rapportert til 0.05530. For Modell A er SSR 0.05635. Bruk disse opplysningene for å teste om Modell A er en gyldig forenkling av den generelle modellen.
- c) Gi en tolkning av resultatene for Modell A. Drøft spesielt kort- og langsiktige effekter på konsum av endringer i forklaringsvariablene og drøft hvor raskt konsumet justeres i retning langsiktig likevekt. Indikerer resultatene at konsum kointegrerer med inntekt, formue og realrenta?
- d) Forklar kort hvordan vi kan teste om restleddet i den estimerte modellen er seriekorrelert. I Tabell 2 rapporteres p-verdier for en test for seriekorrelasjon. Forklar intuitivt hvorfor nullhypotesen om fravær av seriekorrelasjon forkastes når  $D4cp_{t-1}$  utelates i Modell B.
- e) Forklar hvorfor de estimerte korttidseffektene av inntekt og formue øker når  $D4cp_{t-1}$  utelates.
- f) I Modell A benyttes faktisk inntektsvekst som forklaringsvariabel. En kommentator foreslår at denne erstattes med forventet inntektsvekst. Kommentatoren foreslår videre at en først estimerer en ligning for  $D4y_t$  og deretter benytter predikerte verdier som proxyvariabel for forventede verdier. Forklar hvordan en ARMA-modell kan benyttes til dette formålet (ikke vis i detalj hvordan en finner de predikerte verdiene).

g) En annen kommentator argumenterer for at privat konsum reduseres i perioder med stor usikkerhet om utviklingen i arbeidsmarkedet og argumenterer videre for at modellen utvides med en variabel som reflekterer denne usikkerheten (risikoen). Forklar hvordan du kan benytte en GARCH-modell av samme type som i Oppgave 1 for å generere en observerbar variabel for usikkerhet om sysselsettingen.

Tabell 2  
Venstresidevariabel er  $D4cp_t$

Forklaringsvariabler	Modell A	Modell B
$D4cp_{t-1}$	0.33 (5.39)	-
$ec_{t-4}$	-0.38 (-7.11)	-0.42 (-7.26)
$D4y_t$	0.33 (4.39)	0.45 (5.93)
$D4w_t$	0.17 (5.98)	0.24 (9.54)
$Q1_t$	-0.046 (-5.50)	-0.053 (-5.81)
$Q2_t$	-0.030 (-4.76)	-0.033 (-4.89)
$Q3_t$	-0.034 (-4.93)	-0.038 (-5.09)
SSR	0.05635	0.06770
AR1-5 (p-verdi)	0.6146	0.0002

## Nynorsk

### Oppgåve 1

Ein forskar undersøker tidsserieeigenskapane til makroøkonomiske variablar og rapporterer desse resultatane for sysselsettingsandelen, EMP, definert ved sysselsette personar i prosent av arbeidsstyrken:

#### Modell 1

$$(1.1) \quad EMP_t = 0.93 EMP_{t-1} + 6.76 + v_t$$

(0.004) (0.39)

$$(1.2) \quad \sigma_t^2 = 0.02 - 0.18 v_{t-1}^2 + 0.34 I_{t-1} v_{t-1}^2 + 0.87 \sigma_{t-1}^2$$

(0.006) (0.10) (0.17) (0.10)

der  $\sigma_t^2$  er variansen til restleddet  $v_t$  i (1.1),  $I_{t-1}$  er ein binær variabel lik 1 når  $v_{t-1} < 0$ , null elles og tal i parentesar er estimerte standardavvik til dei estimerte parametrane. Modellen er estimert ved bruk av 147 observasjonar.

a) Forklar korleis du kan teste empirisk om variabelen EMP er stasjonær og bruk resultatane i likning (1.1) til å gjennomføre testen. Finn den langsiktige jamvektsverdien til EMP. Drøft deretter moglege problem ved å basere testen på denne enkle likninga.

b) Forskaren er interessert i å avdekkje potensiell struktur i volatiliteten til sysselsettingsandelen og har derfor estimert likning (1.2). Gje ei tolking av resultatane i denne likninga.

Forskaren har og estimert den enklare modellen gitt ved:

#### Modell 2

$$(2.1) \quad EMP_t = 0.96 EMP_{t-1} + 4.40 + v_t$$

(0.006) (2.41)

$$(2.2) \quad \sigma_t^2 = 0.007 + 0.08 v_{t-1}^2 + 0.88 \sigma_{t-1}^2$$

(0.012) (0.06) (0.12)

c) Samanlikn resultatane i likning (2.2) og (1.2) og drøft *kort* korleis estimerte verdiar for dei parametrane som framleis er med i (2.2) vert endra. Drøft deretter kva for modell du vil velje basert på opplysningane i Tabell 1 der  $\log L$  er logaritmen til likelihoodfunksjonen,  $SC$  er Schwarz' informasjonskriterium,  $HQ$  er Hannan-Quinn kriteriet og  $AIC$  er Akaikes informasjonskriterium.

Tabell 1

	$\log L$	$SC$	$HQ$	$AIC$
Modell 1	-64.228	1.078	1.005	0.955
Modell 2	-70.878	1.134	1.073	1.032



## Oppgave 2

a) Forklar korleis du kan teste om to eller fleire ikkje-stasjonære variable kointegrerer. Kva er tolkinga av ein kointegrerande samanheng og korleis vil du utnytte denne eigenskapen ved spesifisering av ein dynamisk økonometrisk modell?

Nedanfor finn du resultat frå ei økonometrisk analyse av konsumfunksjonen basert på kvartalsdata. Variablane som vert nytta er:  $cp_t$  er logaritmen til privat konsum i faste prisar,  $y_t$  er logaritmen til privat realdisponibel inntekt,  $w_t$  er logaritmen til privat realformue,  $RR_t$  er realrenta i prosent,  $ec_t = cp_t - 0.85y_t - 0.15w_t + 0.007RR_t$ ,  $D4cp_t = cp_t - cp_{t-4}$ ,  $D4y_t = y_t - y_{t-4}$ ,  $D4w_t = w_t - w_{t-4}$ , altså årlige endringar i konsum, inntekt og formue medan  $Q1_t$ ,  $Q2_t$  og  $Q3_t$  er dummyvariablar for første, andre og tredje kvartal.

Tabell 2 rapporterer dei empiriske resultatata basert på 152 observasjonar. Tal i parentesar under estimerte parametar er t-verdiar.

- b) Modell A er ein forenkla versjon av ein meir generell modell der og  $D4y_{t-1}$ ,  $D4w_{t-1}$ ,  $D4RR_t$  og  $D4RR_{t-1}$  var inkludert. For denne modellen blei summen av kvadrerte avvik, SSR, rapportert til 0.05530. For Modell A er SSR 0.05635. Bruk desse opplysningane for å teste om Modell A er ei gyldig forenkling av den generelle modellen.
- c) Gje ei tolking av resultatata for Modell A. Drøft særskild kort- og langsiktige effektar på konsum av endringar i forklaringsvariablane og drøft kor raskt konsumet vert justert i retning langsiktig jamvekt. Indikerer resultatata at konsum kointegrerer med inntekt, formue og realrenta?
- d) Forklar kort korleis vi kan teste om restleddet i den estimerte modellen er seriekorrelert. I Tabell 2 vert p-verdiar for en test for seriekorrelasjon rapportert. Forklar intuitivt kvifor nullhypotesen om fråvær av seriekorrelasjon vert forkasta når  $D4cp_{t-1}$  er utelaten i Modell B.
- e) Forklar kvifor dei estimerte korttidseffektane av inntekt og formue aukar når  $D4cp_{t-1}$  er utelaten.
- f) I Modell A nyttes faktisk inntektsvekst som forklaringsvariabel. Ein kommentator føreslår at denne vert erstatta med forventa inntektsvekst. Kommentatoren føreslår vidare at ein fyrst estimerar ei likning for  $D4y_t$  og deretter nytter predikerte verdiar som proxyvariabel for forventa verdiar. Forklar korleis ein ARMA-modell kan nyttas til dette føremålet (ikkje vis i detalj korleis ein finn dei predikerte verdiane).

g) Ein annan kommentator argumenterer for at privat konsum vert redusert i periodar med stor *usikkerhet* om utviklinga i arbeidsmarknaden og argumenterer vidare for at modellen vert utvida med ein variabel som reflekterer denne usikkerheten (risikoen). Forklar korleis du kan nytte ein GARCH-modell av same type som i Oppgåve 1 for å generere ein observerbar variabel for usikkerhet om sysselsettinga.

Tabell 2  
Venstresidevariabel er  $D4cp_t$

Forklaringsvariablar	Modell A	Modell B
$D4cp_{t-1}$	0.33 (5.39)	-
$ec_{t-4}$	-0.38 (-7.11)	-0.42 (-7.26)
$D4y_t$	0.33 (4.39)	0.45 (5.93)
$D4w_t$	0.17 (5.98)	0.24 (9.54)
$Q1_t$	-0.046 (-5.50)	-0.053 (-5.81)
$Q2_t$	-0.030 (-4.76)	-0.033 (-4.89)
$Q3_t$	-0.034 (-4.93)	-0.038 (-5.09)
SSR	0.05635	0.06770
AR1-5 (p-verdi)	0.6146	0.0002

## English

### Question 1

A researcher investigates the time series properties of macroeconomic variables and reports the following results for the employment share, EMP, defined as the number of employed persons in percent of the labour force:

#### Model 1

$$(1.1) \text{ EMP}_t = 0.93 \text{ EMP}_{t-1} + 6.76 + v_t$$

(0.004) (0.39)

$$(1.2) \sigma_t^2 = 0.02 - 0.18 v_{t-1}^2 + 0.34 I_{t-1} v_{t-1}^2 + 0.87 \sigma_{t-1}^2$$

(0.006) (0.10) (0.17) (0.10)

where  $\sigma_t^2$  is the variance of the error term  $v_t$  in (1.1),  $I_{t-1}$  is a binary variable equal to 1 when  $v_{t-1} < 0$ , otherwise 0, and numbers in parentheses are the estimated standard errors of the estimated parameters. The model is estimated using 147 observations.

- a) Explain how you can test empirically whether or not the variable EMP is stationary and use the results in equation (1.1) to carry out the test. Find the long-run equilibrium value for EMP. Discuss thereafter possible problems with the test based on this simple equation.
- b) The researcher is interested in detecting potential structure in the volatility of the employment share and has therefore estimated equation (1.2). Give an interpretation of the results in this equation.

The researcher has also estimated the simplified model given by:

#### Model 2

$$(2.1) \text{ EMP}_t = 0.96 \text{ EMP}_{t-1} + 4.40 + v_t$$

(0.006) (2.41)

$$(2.2) \sigma_t^2 = 0.007 + 0.08 v_{t-1}^2 + 0.88 \sigma_{t-1}^2$$

(0.012) (0.06) (0.12)

- c) Compare the results in equation (2.2) and (1.2) and discuss *briefly* how the estimated values of the remaining parameters change. Discuss thereafter which of the two models you would select based on the information in Table 1 where  $\log L$  is the logarithm of the likelihood function,  $SC$  is Schwarz's information criterion,  $HQ$  is the Hannan-Quinn criterion and  $AIC$  is Akaike's information criterion.

Table 1

	$\log L$	$SC$	$HQ$	$AIC$
Modell 1	-64.228	1.078	1.005	0.955
Modell 2	-70.878	1.134	1.073	1.032

## Question 2

a) Explain how you can test whether or not two or several non-stationary variables co-integrate. What is the interpretation of a co-integrating relation, and how can you utilize this feature when specifying a dynamic econometric model?

Below you find results from an econometric study of the consumption function based on quarterly data. The variables used are:  $cp_t$  is the logarithm of real private consumption,  $y_t$  is the logarithm of private real disposable income,  $w_t$  is the logarithm of private real wealth,  $RR_t$  is the rate real of interest in per cent,  $ec_t = cp_t - 0.85y_t - 0.15w_t + 0.007RR_t$ ,  $D4cp_t = cp_t - cp_{t-4}$ ,  $D4y_t = y_t - y_{t-4}$ ,  $D4w_t = w_t - w_{t-4}$ , which are annual changes in consumption, income and wealth. Finally  $Q1_t$ ,  $Q2_t$  og  $Q3_t$  are dummy variables for first, second and third quarter.

Table 2 reports the empirical results based on 152 observations. Numbers in parentheses below the estimated parameters are t-values.

- b) Model A is a simplified version of a more general model where also  $D4y_{t-1}$ ,  $D4w_{t-1}$ ,  $D4RR_t$  and  $D4RR_{t-1}$  were included. For this model, the sum of squared residuals, SSR, was reported to 0.05530. For Model A SSR is 0.05635. Use this information to test whether or not Model A is a valid simplification of the more general model.
- c) Give an interpretation of the results for Model A. Discuss in particular the short- and long-run effects on consumption of changes in the explanatory variables, and discuss how fast consumption is adjusted towards the long-run equilibrium. Do the results indicate that consumption co-integrates with income, wealth and the real interest rate?
- d) Explain briefly how we can test whether or not the error term in the estimated model is serially correlated. Table 2 reports p-values for a test of serial correlation. Explain intuitively why the null hypothesis of no serial correlation is rejected when  $D4cp_{t-1}$  is excluded in Model B.
- e) Explain why the estimated short-run effects of income and wealth increase when  $D4cp_{t-1}$  is excluded.
- f) Model A includes actual income growth as explanatory variable. A discussant argues that this variable should be replaced with expected income growth. The discussant further argues that we first estimate an equation for  $D4y_t$  and thereafter use the predicted values as proxy variable for expected values. Explain how an ARMA model can be used to do that (do not show in details how we can find the predicted values).

g) A second discussant argues that private consumption is reduced in periods with high *uncertainty* about the labour market performance and argues further that the model should be expanded with a variable reflecting this uncertainty (the risk). Explain how you can use a GARCH model of the same type as in Question 1 to generate an observable variable for uncertainty about employment.

Table 2  
Left hand side variable is  $D4cp_t$

Explanatory variables:	Model A	Model B
$D4cp_{t-1}$	0.33 (5.39)	-
$ec_{t-4}$	-0.38 (-7.11)	-0.42 (-7.26)
$D4y_t$	0.33 (4.39)	0.45 (5.93)
$D4w_t$	0.17 (5.98)	0.24 (9.54)
$Q1_t$	-0.046 (-5.50)	-0.053 (-5.81)
$Q2_t$	-0.030 (-4.76)	-0.033 (-4.89)
$Q3_t$	-0.034 (-4.93)	-0.038 (-5.09)
SSR	0.05635	0.06770
AR1-5 (p-value)	0.6146	0.0002

**Table A2.2** Critical values of Student's *t*-distribution for different probability levels,  $\alpha$  and degrees of freedom,  $\nu$

$\alpha$	0.4	0.25	0.15	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
$\nu$										
1	0.3249	1.0000	1.9626	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	318.3087	636.6189
2	0.2887	0.8165	1.3862	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	22.3271	31.5991
3	0.2767	0.7649	1.2498	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	10.2145	12.9240
4	0.2707	0.7407	1.1896	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	7.1732	8.6103
5	0.2672	0.7267	1.1558	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	5.8934	6.8688
6	0.2648	0.7176	1.1342	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	5.2076	5.9588
7	0.2632	0.7111	1.1192	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	4.7853	5.4079
8	0.2619	0.7064	1.1081	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	4.5008	5.0413
9	0.2610	0.7027	1.0997	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	4.2968	4.7809
10	0.2602	0.6998	1.0931	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	4.1437	4.5869
11	0.2596	0.6974	1.0877	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	4.0247	4.4370
12	0.2590	0.6955	1.0832	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	3.9296	4.3178
13	0.2586	0.6938	1.0795	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	3.8520	4.2208
14	0.2582	0.6924	1.0763	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	3.7874	4.1405
15	0.2579	0.6912	1.0735	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	3.7328	4.0728
16	0.2576	0.6901	1.0711	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	3.6862	4.0150
17	0.2573	0.6892	1.0690	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.6458	3.9651
18	0.2571	0.6884	1.0672	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.6105	3.9216
19	0.2569	0.6876	1.0655	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.5794	3.8834
20	0.2567	0.6870	1.0640	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453	3.5518	3.8495
21	0.2566	0.6864	1.0627	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314	3.5272	3.8193
22	0.2564	0.6858	1.0614	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	3.5050	3.7921
23	0.2563	0.6853	1.0603	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.4850	3.7676
24	0.2562	0.6848	1.0593	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	3.4668	3.7454
25	0.2561	0.6844	1.0584	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.4502	3.7251
26	0.2560	0.6840	1.0575	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787	3.4350	3.7066
27	0.2559	0.6837	1.0567	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.4210	3.6896
28	0.2558	0.6834	1.0560	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.4082	3.6739
29	0.2557	0.6830	1.0553	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564	3.3962	3.6594
30	0.2556	0.6828	1.0547	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500	3.3852	3.6460
35	0.2553	0.6816	1.0520	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238	3.3400	3.5911
40	0.2550	0.6807	1.0500	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	3.3069	3.5510
45	0.2549	0.6800	1.0485	1.3006	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896	3.2815	3.5203
50	0.2547	0.6794	1.0473	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778	3.2614	3.4960
60	0.2545	0.6786	1.0455	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	3.2317	3.4602
70	0.2543	0.6780	1.0442	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479	3.2108	3.4350
80	0.2542	0.6776	1.0432	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387	3.1953	3.4163
90	0.2541	0.6772	1.0424	1.2910	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316	3.1833	3.4019
100	0.2540	0.6770	1.0418	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259	3.1737	3.3905
120	0.2539	0.6765	1.0409	1.2886	1.6577	1.9799	2.3578	2.6174	3.1595	3.3735
150	0.2538	0.6761	1.0400	1.2872	1.6551	1.9759	2.3515	2.6090	3.1455	3.3566
200	0.2537	0.6757	1.0391	1.2858	1.6525	1.9719	2.3451	2.6006	3.1315	3.3398
300	0.2536	0.6753	1.0382	1.2844	1.6499	1.9679	2.3388	2.5923	3.1176	3.3233
$\infty$	0.2533	0.6745	1.0364	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	3.0902	3.2905

Source: *Biometrika Tables for Statisticians* (1966), volume 1, 3rd edn. Reprinted with permission of Oxford University Press.

0.001  
3.0902  
ith

**Table A2.3** Upper 5% critical values for F-distribution

Degrees of Freedom for denominator ( $T - k$ )	Degrees of freedom for numerator ( $m$ )																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
$\infty$	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

Source: Biometrika Tables for Statisticians (1966), volume 1, 3rd edn. Reprinted with permission of Oxford University Press.

**Table A2.4** Upper 1% critical values for F-distribution

Degrees of Freedom for denominator ( $T - k$ )	Degrees of freedom for numerator ( $m$ )																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	$\infty$
1	4,052	5,000	5,403	5,625	5,764	5,859	5,928	5,982	6,023	6,056	6,106	6,157	6,209	6,235	6,261	6,287	6,313	6,339	6,366
2	98.5	99.0	99.2	99.3	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.4	26.2	26.1
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6	13.5
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11	9.02
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97	6.88
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74	5.65
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95	4.86
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40	4.31
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00	3.91
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69	3.60
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45	3.36
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25	3.17
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09	3.00
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96	2.87
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84	2.75
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75	2.65
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66	2.57
19	8.19	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58	2.49
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52	2.42
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46	2.36
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40	2.31
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35	2.26
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31	2.21
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.53	2.45	2.36	2.27	2.17
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11	2.01
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73	1.60
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53	1.38
$\infty$	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32	1.00

Source: Biometrika Tables for Statisticians (1966), volume 1, 3rd edn. Reprinted with permission of Oxford University Press.

Table A2.5 Chi-squared critical values for different values of  $\alpha$  and degrees of freedom,  $\nu$

$\nu$	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.750	0.500	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00004	0.00016	0.00098	0.00393	0.01579	0.1015	0.4549	1.323	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.01003	0.02010	0.05065	0.1026	0.2107	0.5754	1.386	2.773	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.07172	0.1148	0.2158	0.3518	0.5844	1.213	2.366	4.108	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.2070	0.2971	0.4844	0.7107	1.064	1.923	3.357	5.385	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.4117	0.5543	0.8312	1.145	1.610	2.675	4.351	6.626	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.6757	0.8721	1.237	1.635	2.204	3.455	5.348	7.841	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.9893	1.239	1.690	2.167	2.833	4.255	6.346	9.037	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	5.071	7.344	10.219	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	5.899	8.343	11.389	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	6.737	9.342	12.549	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	7.584	10.341	13.701	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	8.438	11.340	14.845	18.54	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	9.299	12.340	15.984	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	10.165	13.339	17.117	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	11.036	14.339	18.245	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	11.912	15.338	19.369	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	12.792	16.338	20.489	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	13.675	17.338	21.605	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	14.562	18.338	22.718	27.204	30.143	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	15.452	19.337	23.828	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	16.344	20.337	24.935	29.615	32.670	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	17.240	21.337	26.039	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.688	13.090	14.848	18.137	22.337	27.141	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	19.037	23.337	28.241	33.196	36.415	39.364	42.080	45.558
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	19.939	24.337	29.339	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	20.843	25.336	30.434	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.879	14.573	16.151	18.114	21.749	26.336	31.528	36.741	40.113	43.194	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	22.657	27.336	32.620	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	23.567	28.336	33.711	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	13.787	14.954	16.791	18.493	20.599	24.478	29.336	34.800	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
35	17.192	18.509	20.569	22.465	24.797	29.054	34.336	40.223	46.059	49.802	53.203	57.342	60.275
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.050	33.660	39.335	45.616	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766
45	24.311	25.901	28.366	30.612	33.350	38.291	44.335	50.985	57.505	61.656	65.410	69.957	73.166
50	27.991	29.707	32.357	34.764	37.689	42.942	49.335	56.334	63.167	67.505	71.420	76.154	79.490
55	31.735	33.571	36.398	38.958	42.060	47.611	54.335	61.665	68.796	73.311	77.381	82.292	85.749
60	35.535	37.485	40.482	43.158	46.459	52.294	59.335	66.981	74.397	79.082	83.298	85.379	91.952
70	43.275	45.442	48.758	51.739	55.329	61.698	69.334	77.577	85.527	90.531	95.023	100.425	104.215
80	51.172	53.540	57.153	60.391	64.278	71.144	79.334	88.130	96.578	101.879	106.629	112.329	116.321
90	59.196	61.754	65.647	69.126	73.291	80.625	89.334	98.650	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299
100	67.328	70.065	74.222	77.929	82.358	90.133	99.334	109.141	118.498	124.342	129.561	135.807	140.169
120	83.829	86.909	91.568	95.705	100.627	109.224	119.335	130.051	140.228	146.565	152.214	158.963	163.670
150	109.122	112.655	117.980	122.692	126.278	137.987	149.334	161.258	172.577	179.579	185.803	193.219	198.380
200	152.224	156.421	162.724	168.279	174.825	186.175	199.334	213.099	226.018	233.993	241.060	249.455	255.281
250	196.145	200.929	208.095	214.392	221.809	234.580	249.334	264.694	279.947	287.889	295.691	304.948	311.361

Source: *Biometrika Tables for Statisticians* (1966), volume 1, 3rd edn. Reprinted with permission of Oxford University Press.



**Table A2.7** Dickey-Fuller critical values for different significance levels,  $\alpha$

Sample size $T$	0.01	0.025	0.05	0.10
	$\tau$			
25	-2.66	-2.26	-1.95	-1.60
50	-2.62	-2.25	-1.95	-1.61
100	-2.60	-2.24	-1.95	-1.61
250	-2.58	-2.23	-1.95	-1.62
500	-2.58	-2.23	-1.95	-1.62
$\infty$	-2.58	-2.23	-1.95	-1.62
	$\tau_{\mu}$			
25	-3.75	-3.33	-3.00	-2.63
50	-3.58	-3.22	-2.93	-2.60
100	-3.51	-3.17	-2.89	-2.58
250	-3.46	-3.14	-2.88	-2.57
500	-3.44	-3.13	-2.87	-2.57
$\infty$	-3.43	-3.12	-2.86	-2.57
	$\tau_{\tau}$			
25	-4.38	-3.95	-3.60	-3.24
50	-4.15	-3.80	-3.50	-3.18
100	-4.04	-3.73	-3.45	-3.15
250	-3.99	-3.69	-3.43	-3.13
500	-3.98	-3.68	-3.42	-3.13
$\infty$	-3.96	-3.66	-3.41	-3.12

Source: Fuller (1976). Reprinted with the permission of John Wiley & Sons.

0.96

0.96

0.90

0.85

0.80

0.77

0.74

0.71

0.69

0.67

0.66

0.65

0.64

0.63

0.62

0.61

0.61

0.60

0.60

0.59

0.59

0.59

0.59

0.59

0.58

0.58

0.58

0.58

0.58

0.59

0.59

0.60

0.61

0.61

0.62

0.62

0.64

0.64

0.65

ng a

it  
ion of

**Table A2.8** Critical values for the Engle–Granger cointegration test on regression residuals with no constant in test regression

Number of variables in system	Sample size $T$	0.01	0.05	0.10
2	50	-4.32	-3.67	-3.28
	100	-4.07	-3.37	-3.03
	200	-4.00	-3.37	-3.02
3	50	-4.84	-4.11	-3.73
	100	-4.45	-3.93	-3.59
	200	-4.35	-3.78	-3.47
4	50	-4.94	-4.35	-4.02
	100	-4.75	-4.22	-3.89
	200	-4.70	-4.18	-3.89
5	50	-5.41	-4.76	-4.42
	100	-5.18	-4.58	-4.26
	200	-5.02	-4.48	-4.18

Source: Engle and Yoo (1987). Reprinted with the permission of Elsevier Science.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

## Oppgave 1

a) Har resultater fra følgende modell

$$(1.1) \text{EMP}_t = 0,93 \text{EMP}_{t-1} + 6,76 + u_t$$

$(0,004)$   $(0,39)$

EMP - sysselsettingsandel

Antar at  $u$  er hvitt støy, dvs

- i)  $E(u_t) = 0$
- ii)  $\text{Var}(u_t) = \sigma^2 < \infty$
- iii)  $E(u_t, u_s) = 0$  for  $t \neq s$
- iv)  $\gamma_s = \text{cov}(u_t, u_s) = \begin{cases} \sigma^2 & \text{for } t=s \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$

Skal teste om variabelen EMP er stasjonær. Av den grunn ønsker jeg først å definere hva som menes med stasjonær variabel

Strikt stasjonær:

Antar sannsynlighetsfordelingen til EMP, gitt ved  $F(\text{EMP}_t, \text{EMP}_{t-1}, \dots)$  er konstant, dvs

$$F(\text{EMP}_t, \text{EMP}_{t-1}, \dots) = F(\text{EMP}_{t+m}, \text{EMP}_{t+m-1}, \dots)$$

Svak stasjonær:

- i) Konstant forventning  
 $E(\text{EMP}_t) = \mu$

- ii) Konstant varians

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

$$\text{Var}(EMP_t) = \sigma^2 < \infty$$

iii) Kovariansen avhenger bare av forskyll i tid  
 $\gamma_s = \text{cov}(EMP_t, EMP_{t+s}) = \text{cov}(EMP_t, EMP_{t-s})$

~~Men~~ Hvis en variabel er ikke-stasjonær har dette endel ulemper  
 - Får ofte språse sammenhenger mellom ikke stasjonære variable hvis de har samme trend  
 - Standard inferens teori kan ikke brukes.

Når en skal teste om en variabel er stasjonær er det viktigende å teste bruke en Dickey-Fuller test. Antar nå at vi har modellen

$$(2) y_t = \beta_0 + \alpha y_{t-1} + u_t$$

$R_2$  For en <sup>ikke</sup> stasjonær prosess vil  $\alpha = 1$ . Hvis  $\alpha > 1$  vil den heller ikke være stasjonær. går ikke videre inn på dette her.

$\checkmark$  En stasjonær prosess vil ha  $\alpha < 1$ . Da vil den ha mean-reverting egenskaper. Testobservatoren er en vanlig t-test der den er lik  $\frac{\alpha-1}{\sqrt{\text{se}(\alpha)}}$ .

Alternativt kunne man differensiere  $y_t$  ved å trekke fra  $y_{t-1}$  på begge sider av (2) og fått

$$(3) \Delta y_t = \beta_0 + (\alpha-1)y_{t-1} = \beta_0 + \psi y_{t-1}$$

der  $\psi = (\alpha-1)$

Denne kolonnen er  
forbeholdt sensor  
This column is for  
external examiner

Testobservator blir nå  $\frac{1}{\sqrt{10}}$ .

Imidlertid vil ikke de kritiske t-verdiene være like som ved vanlig t-test. Kritiske verdier ved Dickey-Fuller test er lavere i tallverdi, (høyere i absoluttverdi) enn vanlig t-test og er avhengig av om modellen inneholder konstantledd og trend. Har tre kategorier

- 1) Uten konstantledd og trend
- 2) Med konstantledd, uten trend
- 3) Med konstantledd og trend.

✓ Et problem med denne testen er at ~~den gjennomsnitt~~ restleddet kan inneholde seriekorrelasjon. For å teste dette kan testen utvides til

✓ 
$$(4) \Delta y_t = \beta_0 + \alpha y_{t-1} + \sum_{s=1}^p \alpha_s \Delta y_{t-s}$$

Dette kalles augmented (utvidet) Dickey-Fuller test. Et spørsmål nå er hvor mange lags som skal inkluderes. For få lags ~~kan~~ gjør at vi muligens har et problem med seriekorrelasjon, for mange lags gjør at vi bruker opp frihetsgrader. For å finne ut dette kan man bruke informasjonskriterier eller parameterreduksjonsteknikker der du går på en generell modell og deretter forenkler modellen etter kriterier som signifikans eller Log-likelihood-test. Seg ut gå nærmere inn på dette senere i oppgaven.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

Vansett hvilken test som benyttes er nullhypotesen at prosessen er en random walk mens alternativhypotesen er at variabelen er stasjonær. Hvis testobservator er høyere i absoluttverdi enn kritisk verdi forkastes nullhypotesen om random walk og vi kan konkludere med at variabelen er stasjonær.

Tilbake til med modellen finner vi at testobservator er gitt ved

$$f_{obs} = \frac{0,93 - 1}{0,004} = -17,5$$

Dette er en modell med konstantledd, men uten trend og fra tabellen for kritiske verdier for Dickey Fuller finner vi at de er  $-2,89$  (5%) og  $-3,51$  (1%) ved  $T=100$ .

Ser at vår testobservator er langt høyere i absoluttverdi enn de kritiske verdiene og konkluderer derfor med at EMP er stasjonær.

For å finne den langsiktige likevekten til EMP fjerner vi tidselementet i modellen og får

$$EMP = 0,93 EMP + 6,76$$

$$\Leftrightarrow EMP = \frac{6,76}{1 - 0,93} = 96,57$$

Dette er et logisk resultat. Andel sysselsatte i likevekt er 96,57.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

✓ Problemerne med denne enkelte modellen er seriekorrelasjon, dvs at restleddet er seriekorrelert. For å teste dette utføres en  $\beta$  regresjon på residualene til likning (7.1) mot laggede residualer. Hvis koefisienten foran de laggede residualene er signifikant forskjellig fra null bør en augmented Dickey Fuller modell estimeres som tidligest forklart.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

Oppgave 1b  $\sigma_t^2 = 0,02 - 0,18u_{t-1}^2 + 0,34u_{t-1}u_{t-1}^2 + 0,87\sigma_{t-1}^2$   
 $I = 1$  hvis  $u_{t-1} < 0$

I vanlig MKM estimering, er det fortsatt at restleddet har konstant varians. Denne forutsetningen er ofte ikke tilstede. Vi har nå derfor variansen var førstjellig over tid, dvs

$$\text{Var}(u_t) = \sigma_t^2$$

For å teste hvordan variansen varierer over tid kan man estimere en modell med vanlig MKM, ta vare på restleddene og estimere modellen

$$\hat{u}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{u}_{t-1}^2 \quad \text{med} \quad \text{Evolgibility clustering}$$

ved hjelp av MKM. Dette er en ARCH(1) modell.

Denne modellen kan utvides til en generell ARCH(q) modell, dvs

$$\hat{u}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \hat{u}_{t-q}^2$$

Denne modellen krever mange frihetsgrader og man har derfor GARCH<sup>(1,1)</sup> modellen gitt ved

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

Denne modellen kan utvides til en generell GARCH(p,q) modell på lik måte som vist ovenfor. Allikevel er <sup>stortsett</sup> en GARCH(1,1) modell rik nok til å fange opp viktig restleddsegenskaper.

En GARCH modell er en vendelig ARCH modell som er gitt restriksjoner



Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

For å fange opp at negative restledd har større effekt på volatiliteten enn positive restledd estimeres ofte threshold GARCH der vi inkluderer en dummy variabel i GARCH modellen, som er lik en når  $u_{t-1} < 0$ , dvs at vi estimerer modellen

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \alpha_2 K_1 I_{t-1}$$

der  $I_{t-1} = \begin{cases} 1 & \text{hvis } u_{t-1} < 0 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$

Den tanken er da at  $K_2 > 0$ , dvs volatiliteten øker når  $u_{t-1} < 0$ .

For å fange opp asymmetri kan man utvide denne modellen til en ATGARCH

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 - K_1) \hat{u}_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + K_2 (u_{t-1}^2 - K_1) I_{t-1}$$

der  $I_{t-1} = \begin{cases} 1 & \text{hvis } u_{t-1} < K_1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$

i (1,2)

Forskeren har ~~ikke~~ estimert en TGARCH modell der vi ser at  $K_2$ , dvs 0,34 er positiv, som forventet. Denne ~~er~~ parameteren er signifikant på 5% nivå.

Ser iverd at parameteren foran restleddet i første periode, 0,18 ikke er signifikant. Denne er også negativ, noe som ~~ikk~~ kan gi

Denne kolonnen er  
forbeholdt sensor  
This column is for  
external examiner

negativ varians. Dette er ikke konsistent med statistisk teori og vil gjelde hvis dummyvariabelen ikke slår inn, dvs når  $I_{t-1} = 0$ . ( $V_{t-1} > 0$ )  
Parameteren for volatiliteten i forrige periode er positiv og klart signifikant.

ok

Førsteen har estimert en annen modell for varians som er mer konsistent med statistisk teori. Allikevel gjelder problemet med negativ varians bare når  $I_{t-1} = 0$  og volatiliteten i forrige periode er veldig lav. Dette er kanskje ikke så ofte, kanskje

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

### Oppgave 1c)

1 modell 2 endres langtidslikevelten for EMP til

$$EMP = \frac{4,4}{1-0,96} = 110$$

rette er ikke helt logisk.

✓ Problemet med negativ varians blir borte i modell 2, men ser at parameteren foran  $\sigma_1^2$  idvs 0,08 nå ikke er signifikant. Parameteren foran udlateligheten forrige periode er fremdeles klart signifikant.

Når det gjelder hvilken ~~per~~ modell som bør velges har vi fått oppgitt logaritmen til likelihood-funksjonen og ulike inferensskriterier. Vil videre gå igjennom dette.

### Log-likelihood test

Modell 1 og 2 må estimeres med "maximum likelihood" estimering grunnet av variansen ikke er konstant.

Parameterne til

Den maksimerte likelihoodfunksjonen for modell 1 og 2 er oppgitt. Modell 2 kan sees på som en restriktiv modell av modell 1 der TGARCH blir til en vanlig GARCH modell.

Hvis den maksimerte likelihoodfunksjonen reduseres tilstrekkelig forkastes nullhypotesen om at

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

modell 2 er en gyldig forenkling av modell 1. Testobservatoren er gitt ved

$$-2(\log L_2 - \log L_1) \sim \chi^2(q)$$

der  $\log L_2$  er <sup>log-likelihood</sup> den maksimale likelihoodverdien i den spesifikke modellen (modell 2) men  $L_1$  er tilsvarende verdi for den generelle modellen.

Denne testobservatoren er kvadratisk fordelt med  $q$  frihetsgrader der  $q$  er antall restriksjoner. I dette tilfellet vil  $q$  være 1 og kritiske verdier er 3,84 (5%) og 6,64 (1%)

✓ Testobservator:  $-2(-70,878 - (-64,228)) = 13,3$

Se at testobservator overstiger kritisk verdi med god margin og konkluderer med at vi forkaster nullhypotesen om at modell 2 er en gyldig forenkling av modell 1. Ut ifra denne testen vil vi velge modell 1.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

Går så over til informasjonskriteriene. Dette er tester som vi generelt ønsker de modellene med lavest verdi på informasjonskriteriene. Tanken bak disse kriteriene er at vi ønsker modeller som forklarer mest mulig, dvs at de har lav varians. På den andre siden ønsker vi ikke svært parametriske modeller.

De tre vanligste informasjonskriteriene er

$$AIC = \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2k}{T}$$

k - parametre  
T - ant observasjoner

$$SC = \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{k}{T} \ln(T)$$

$\hat{\sigma}^2$  - restkvalifisering

$$HQ = \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{2k}{T} \ln(\ln(T))$$

Her ser vi at for å få lavest mulig verdi på disse vil vi ha lav varians og få parametre. Ser at hvis vi har få antall observasjoner straffer det siste leddet hardest. Derfor fordel med lange tidsserier.

Fra tallene i tabell 1 ser vi at informasjonskriteriene er lavest for modell 1 enn modell 2 i alle tre tilfellene. også her blir dermed konklusjonen at vi foretrekker modell 1.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

## Oppgave 2a

Skal forklare hvordan man kan teste om to eller flere ikke-stasjonære variable kointegreres.

En ikke-stasjonær prosess er gjitt ved

$$(1) y_t = \mu + y_{t-1} + u_t$$

som vist tidligere i oppgave 1. Hvis vi stikker inn på denne ligningen får vi

$$(2) \Delta y_t = \mu + u_t$$

Hvis  $\mu > 0$  vil variabelen øke over tid. Hvis vi har to slike variable som generelt øker over tid kan vi få spuriøse sammenhenger som ikke stemmer. Generelt ~~ikke~~ vil t-verdier og F-verdier ikke være gyldig hvis vi kjører en regresjon på disse to variablene.

Antar nå at vi har to variable,  $x$  og  $y$  som er ikke-stasjonære, men at førstedifferensene er stasjonære, dvs at  $x \sim I(1)$ ,  $y \sim I(1)$  og  $\Delta x \sim I(0)$ ,  $\Delta y \sim I(0)$ .

For å teste om disse førstedifferensene er stasjonære må man bruke en Dickey-Fuller eller en augmented Dickey Fuller test på førstedifferensene. Dette er oppgave 1.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

Generelt vil to ikke stasjonære variable være ikke stasjonære. Allikevel, hvis vi kan finne en variabel  $Z$  som er stasjonær og er gilt ved

✓  $Z_t = Y_t - B_0 - B_1 x_t$

så ser vi at variablene  $x$  og  $y$  kointegrerer.

For å teste om  $Z_t$  er stasjonær antar vi gjerne at  $Z_t$  følger en AR(1) prosess, dvs

$$Z_t = \rho + \theta Z_{t-1} + u_t$$

eller omskrevet

$$\theta Z_t = \rho + \psi Z_{t-1} + u_t$$

der  $\psi = \theta - 1$ . Her må vi kjøre en Dickey Fuller test for å sjekke dette. Bruk augmented DF for å sjekke for serierelasjon.

Problemet er at  $B_0$  og  $B_1$  er ukjent. Engle og Granger har derfor funnet ut at man må først estimere

$$Y_t = B_0 + B_1 x_t + u_t$$

ved hjelp av OLS og finne residualene. Deretter må man teste om residualene følger et stasjonære eller ikke ved å estimere ligningen

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

$$\hat{\Delta} u_t = \hat{\Delta} u_{t-1} + \sum_{i=1}^p \alpha_i \hat{\Delta} u_{t-i} + u_t$$

og sjekke denne augmented DF testen for stasjonaritet. Det kan videre være verdt å merke seg at residualene har forventning lik 0 og denne regresjonen estimeres derfor uten konstantledd. Videre er de kritiske absoluttverdiene strengere enn vanlige t-verdier og avhenger av antall variabler og T. verdier gitt i TABELL 12.8.

Hvis man kan forhastnullhypotesen om random walk sier vi at variablene kointegrerer.

Hvis variablene kointegrerer er ligningen

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t$$

langtidslikevektsløsning og

$$z_t = y_t - \hat{y}_t$$

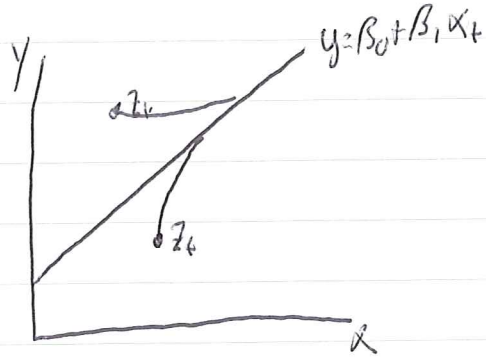
blir sett på som avvik fra denne langtidslikevekten.

Hvis vi antar at  $\beta_0$  og  $\beta_1$  er positive, vil langtidslikevekten være gitt ved den rette linjen på diagrammet neste side.

Her tegnet to prikker for  $z_{t+1}$  en over langtidslikevekten og en under langtidslikevekt



Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner



Siden  $z_t = y_t - \beta_1 x_t - \beta_0$  ~~er~~ og

$$\Delta z_t = (\theta - 1) z_{t-1}$$

$$= (\theta - 1) (y_{t-1} - \beta_0 - \beta_1 x_{t-1})$$

Ved stasjonære prosesser er  $0 < 1$ , dvs at  $(\theta - 1) < 0$ .  
Dette vil si at hvis

$$z_{t-1} > 0 \Rightarrow \Delta z_t < 0 \text{ og}$$

$$z_{t-1} < 0 \Rightarrow \Delta z_t > 0,$$

Det som er vist her er at stasjonære prosesser har en stabiliseringsmekanisme som er slik at hvis vi befinner oss over likevekt vil vi bevege oss nedover mot likevekt og motsatt for en tilstand under likevektsnivå.

I denne modellen blir  $(\theta - 1)$  den parameteren som bestemmer hvor fort avviket blir nøytralisert, dvs "speed of adjustment" koeffisienten. Denne parameteren sier hvor stor andel av aviket ferdige perioder som blir justert denne perioden. (Aviket blir langtidslikevekt).

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

✓

spesifiserer nå en enkel dynamisk økonomisk modell som

$$\Delta y_t = -\alpha z_{t-1} + \gamma_0 + \gamma_1 \Delta x_t$$

Denne modellen kan utvides med flere forklaringsvariable, laggede differensvariable for avhengig variabel, dummyvariable ol. for å utvide dynamikken.

Denne modellen har logiske tolkninger både statistisk sett og økonomisk sett.

### Statistisk tolkning

✓ Gitt at  $y_t \sim I(1)$  og  $x_t \sim I(1)$  er førstedifferansen til  $y$  og  $x$  stasjonære. Hvis vi har testet og funnet at  $z_t$  ~~er~~ kointegrerer er også denne stasjonær. Dermed er alle variablene i denne modellen stasjonære. OLS kan brukes til å estimere ligningen og vi får gyldige  $t$ - og  $F$ -tester.

### Økonomisk tolkning

✓ Alle parametre kan nå gis en økonomisk tolkning. Forandring i  $y$  er gitt ved avvik fra langtids likevekt multiplisert med "speed of adjustment". Minustegnet er forklart tidligere. Dessuten er kortsiktige endringer i  $x$  modellen inn

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

For å oppsummere vil jeg si at hvis to variable kointegrerer kan vi formulere en dynamisk økonometrisk modell der (0-1) gir speed of adjustment.

b) For å teste om en ~~nn~~ modell er en gyldig forenkling av en annen brukes F-test. Framgangsmåten for en F-test er følgende:

1. Estimer en generell modell og finn SSR<sub>U</sub>
2. Estimer forenklet modell og finn SSR<sub>r</sub>
3. Estimer testobservator gitt ved

$$V \quad F = \frac{(SSR_{U/r} - SSR_r) / k}{SSR_r / (T - k - 1)}$$

der  $k$  er antall parametre som er pålagt restriksjoner  
 $T$  - antall observasjoner.

Denne observatoren er  $F$  fordelt med  $k$  og  $(T - k - 1)$  antall frihetsgrader.

Får oppgitt at modell A er en forenklet modell med 4 restriksjoner. ~~De~~ Kritiske verdier blir da  $F(4, 152 - 4 - 1)$  dvs  $F(4, 147)$ . Disse er 5,63 (5%) og 13,5 (1%).

~~For~~ Vi forhaster nullhypotesen om at forenklingen er gyldig dersom  $F$ -observatoren overstiger kritisk verdi.

Denne kolonnen er  
forbeholdt sensor  
This column is for  
external examiner

$$F_{obs} = \frac{(0,05635 - 0,05635) / 4}{0,05635 / (152 - 4 - 1)} = 0$$

Ser at  $F_{obs}$  ikke overstiger kritisk verdi og konkluderer med at freklingene er gyldige. Ser også at SSR ikke forandrer seg.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

Oppgave Z(c) Modell A er gitt ved et  $z_t$  ledd:

$$z_t = (P_t - 0,85 y_t - 0,15 w_t + 0,007 RR_t)$$

Error correction er gitt ved

$P$  - log privat konsum i faste priser

$y$  - log privat realdisp. inntekt

$w$  - log privat formue

$RR_t$  - realrente i prosent

Startes med error correction leddet, det samme som  $z_t$  i utledningen tidligere. Hvis vi finner at  $z_t$  kointegrerer, er dette likevektskningen. Da er langtidslikevekt gitt ved

$$(P_t = 0,85 y_t + 0,15 w_t - 0,007 RR_t)$$

Alle variablene, uterom  $RR_t$  er oppgitt i logaritmeform. Tallene tolkes dersom som elastisiteter.

Ser at parametrene fra <sup>formue</sup> konsum og inntekt er homogen av grad 1. Dvs at hvis formue og inntekt øker med 10% øker konsum med 10%. Denne restriksjonen er modellert inn.

Langtidseffekter:

Hvis realdisponibel inntekt øker med 1% øker konsum med 0,85%.

Hvis privat formue øker med 1% øker konsum med 0,15%

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

- Hvis realrenten øker med ~~1%~~ prosentpoeng øker konsumet med ~~0,1%~~ prosent.

Dette er altså langtidseffektene hvis variablene konstanteser.

Modell A:

$$D4(P_t = 0,33 D4(P_{t-1} - 0,382 C_{t-4} + 0,33 D4Y_t$$

$$+ 0,19 D4W_t - 0,046 Q_1 - 0,03 Q_2 - 0,034 Q_3$$

$$D4(P_t = P_t - P_{t-4}$$

$$D4 Y_t = Y_t - Y_{t-4}$$

$$D4 W_t = W_t - W_{t-4}$$

$Q_1, Q_2, Q_3$  - dummyvariable for kvartaler

Dette er en form for dynamisk økonomisk modell der vi i tillegg lagget differansen i forklaringsvariable har lagt inn lagget verdi på avhengig variabel (differensert) og dummyvariabel for kvartal. Vises til generell utledning og diskusjon av denne typen modeller i 2a.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

~~Skrevet av [illegible]~~

✓ Ser at den laggede differensierke forklaringsvariabelen er signifikant. Konkluderes derfor med at den bør være med for å evt rente løst problemet med seriekorrelasjon.

$R^2_{adj}$  har en t-verdi på  $-7,11$ . Kritiske verdier for på Engle and Granger er ved 3 variable i system og 100 observasjoner  $-3,93$  (5%) og  $-4,45$  (1%)  
Ser dermed at vi kan konkludere med at variablene kointegrerer. Dermed kan tolkningene mine for langtidstilværelsen regnes som gyldige.

✓ "Spred of adjustment" parameteren er på  $0,38$ . Dvs at 38% av avvik fra likevekt blir korrigert på et år, som får diskusjonen tidligere.

✓ Parameteren foran  $D4y$ , ~~foran~~ og  $D4w$  er også signifikante og forklarer de kortsiktige endringene i privat konsum fra endring i inntekt og formue. Merk at siden vi opererer med differensierte variable betyr det  
 - Hvis endring i inntekt endrer seg med 1% på et år endrer endringen i konsum seg med 0,33%  
 - Hvis endringen i formue endrer seg med 1% på et år endrer endringen i konsum seg med 0,17%.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Legger også merke til at alle dummyvariablene er statistisk signifikant og negative. Dette fanger opp julehandel i 4. kvartal. ~~og~~

d) For å teste om restleddet er seriekorrelert estimeres modellen, for så å ta vare på det empiriske motstykket til restleddet, nemlig residualene. Deretter estimeres en hjelperegresjon der  $u_t$  er avhengig variabel, alle forklaringsvariable ~~er~~ inkluderes på høyresiden i tillegg til laggede restledd.

✓ Nullhypotesen er at koeffisienten foran disse laggede restleddene er lik null. ~~og~~ Denne nullhypotesen ~~forhastes~~ testes ved hjelp av en F-test (forbort tidligere) og nullhypotesen om ingen seriekorrelasjon forhastes hvis observert F-verdi er høyere enn kritisk verdi eller P-verdien er lavere enn kritisk verdi.

Dette er gjort for 5 lags og i modell A rapporteres P-verdi for denne AR(1-5) testen til 0,6146. Det vil si at vi kan ikke forhaste nullhypotesen om fravær av seriekorrelasjon.

I modell B lignende p-verdi 0,0002. Her forhaster vi dermed nullhypotesen og konkluderer med at seriekorrelasjon er et problem.



Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

✓

Siden parameteren for  $DYCP_{t-1}$  er signifikant forskjellig fra null kan vi konkludere med at endring i konsum i år er avhengig av endring i konsum i fjor. Når denne endringen av forårets konsum utelates i modell B vil denne endringen være en del av restleddet (residualene). Dermed vil restleddet være korrelert med restledd i tidligere år, og vi får et problem med seriekorrelasjon.

Det bør definitivt undersøkes om man skal inkludere de laggede verdier for  $DYCP$ . ~~Denne~~



Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

f) Hvis vi ønsker å benytte forventet inntektsvekst i modellen kan vi estimere denne ved hjelp av en ARMA(2,2)-modell. Denne nye variabelen må da erstattes  $D4y_t$  i modell A og denne modellen må estimeres med 2SLS. Vil ikke gå videre inn på dette da det ikke er det sentrale spørsmålet. (Kan også bruke IV-estimering)

ARMA(2,2) modell: Gi variabelen  $D4y_t$  navnet  $y_t$  da dette forenkler notasjonen.

ARMA(2,2) ~~modell~~ kan deles opp i en AR(2) prosess og en MA(2) prosess.

Poenget videre er at på tidspunkt  $t$  net vi alt fram til  $t$ , dvs  $\Omega_t$  men vi har ikke informasjon om fremtiden. Betrakter  $y_{t+s}$  som fremtidig predikert verdi  $s$  og setter forventet verdi lik ekte verdi fram til tid  $t$ , dvs  $E(y_{t+s} | \Omega_t) = y_{t+s}$

En AR(2) prosess:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \alpha_2 y_{t-2} + u_t$$

$$y_{t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 y_t + \alpha_2 y_{t-1} + u_{t+1}$$

$$y_{t+2} = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t+1} + \alpha_2 y_t + u_{t+2}$$

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

$$y_{t+3} = \mu + \alpha_1 y_{t+2} + \alpha_2 y_{t+1}$$

Det vil si at

$$f_{t+1} \equiv E(y_{t+1} | \Omega_t) = \mu + \alpha_1 y_t + \alpha_2 y_{t-1}$$

$$f_{t+2} \equiv E(y_{t+2} | \Omega_t) = \mu + \alpha_1 y_t + \alpha_2 f_{t+1}$$

$$f_{t+3} \equiv E(y_{t+3} | \Omega_t) = \mu + \alpha_1 f_{t+2} + \alpha_2 f_{t+1}$$

Liknende for en MA prosess

$$y_t = \mu + u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2}$$

$$y_{t+1} = \mu + u_{t+1} + \theta_1 u_t + \theta_2 u_{t-1}$$

$$y_{t+2} = \mu + u_{t+2} + \theta_1 u_{t+1} + \theta_2 u_t$$

Fremtidige verdier av restleddet er lik null, dvs at  $E(u_{t+3}) = 0$ .

Sammensatt gir dette for en ARMA(2,2) prosess:

$$f_{t+1} \equiv E(y_{t+1} | \Omega_t) = \mu + \alpha_1 y_t + \alpha_2 y_{t-1} + u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2}$$

$$f_{t+2} \equiv E(y_{t+2} | \Omega_t) = \mu + \alpha_1 y_t + \alpha_2 f_{t+1} + \theta_1 u_t + \theta_2 u_{t-1}$$

$$f_{t+3} \equiv E(y_{t+3} | \Omega_t) = \mu + \alpha_1 f_{t+2} + \alpha_2 f_{t+1} + \theta_1 u_{t+1} + \theta_2 u_t$$

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

Dette var en rask gjennomgang av ARMA-predikering. Men denne tidserien med predikerte verdier for inntektsvekst kan nå benyttes i modellen i stedet. Merk at man kan bruke ARMA modellen for å gjøre predikeringer basert på lange horisont.

*[Faint handwritten notes, possibly bleed-through from the reverse side of the page]*

Denne kolonnen er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

g) Hele modell A må nå estimeres med Maximum Likelihood.

Poenget her er at du må ha en variabel som måler usikkerheten i arb. markedet. Jeg velger å definere usikkerheten i arbeidsmarkedet som at det er usikkert når  $EMP < EMP^*$  og definerer verdien på følgende dummyvariabel som

$$I_{t-1} = \begin{cases} 1 & \text{hvis } EMP < EMP^* \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

~~Her kan vi lage en modell som heter GARCH~~

Vi får da følgende T GARCH modell

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 u_{t-1}^2 I_{t-1}$$

der  $I_{t-1}$  er definert tidligere.

utvidet - For å modellere inn dette kan vi lage en "GARCH-in-mean" modell. Her, vi nå holder alle andre verdier konstant lik  $\beta_0$  for øyeblikket. Får da følgende modell

$$DHP_t = \beta_0 + \delta \sigma_t^2$$

der  $\beta_0$  - alle andre verdier i modell A.

Denne kolonnen er  
forbeholdt sensor

This column is for  
external examiner

$Y_t$  implementerer nå usikkerheten og det er forventet at når usikkerheten (her målt ved varians) øker går konsum ned, derfor  $Y_t < 0$ .