Sensorveiledning FIN3006

Haust 2012

1. På forelesning har det vore snakka mykje om spuriøse samanhengar og fråvær av jamvektsløysing, så alle skal ha med desse punkta. Gode studentar vil også kunne tenkjast å dra fram problem knytta til inferens. Av testar forventast det berre at Dickey-Fuller ("vanleg" og "augmented") skal diskuterast. Diskusjon av deterministiske trendar bør innehalde lineær modellering av tidsdimensjonen. Diskusjonen av integrerte seriar bør som eit minimum innehalde ein generell gjennomgong av bruk av differansar, gode studentar kjem gjerne med nokre dømer og diskuterar praktisk bruk.

2.

a. Her treng ein ikkje finne røter, pga at det tilstrekkjelege kravet for stabilitiet er oppfylt $\sum |a_i| = 0.3 + 0.4 = 0.7 < 1$

b. $w^* = \frac{\beta(1)}{a(1)} x = \frac{0.5+0.8+0.2+0.3}{1-0.3-0.4} x = 6x$

c. Her kjem nok ein del studentar til å argumentere for val av metode, det er ikkje galt, men heller ikkje naudsynt.

$w_0 = 0.5$, $w_1 = 0.95$, $w_2 = 0.685$

Gjev endringa i y i kvar periode.

d. $\bar{w}_0^* = \frac{1}{12}$, $\bar{w}_1^* \approx 0.242$, $\bar{w}_2^* \approx 0.356$

Gjev andelen av den totale endringa som har funne stad på det gjevne tidspunkt.

e. Dette er eit døme direkte frå forelesning. Flinke studentar nemner også Wolds representasjonsteorem. Her er utdrag frå forelesningsnotatane

$$y_t = 0.8y_{t-1} - 0.3y_{t-2} + u_t$$

We remember from earlier that we can define an inverse to the $a(L)$ polynomial, $\delta(L)$, and solve for the δs. In our example, we obtain

$$\left(1 - 0.8L + 0.3L^2 + ...\right)\left(\delta_0 + \delta_1 L + \delta_2 L^2 + ...\right) = 1 + 0L + 0L^2 + ...$$

$$L^0: \delta_0 = 1$$

$$L: (\delta_1 - 0.8\delta_0) = 0 \Rightarrow \delta_1 = 0.8$$

$$L^2: (0.3\delta_0 - 0.8\delta_1 + \delta_2) = 0 \Rightarrow \delta_2 = 0.34$$

We can then write the AR(2) process as

$$y_t = u_t + 0.8u_{t-1} + 0.34u_{t-2} + ...$$

which is an MA(∞) process (where we have calculated the three first terms).

3. Dette er Engle og Grangers Econometrica-oppsett og har vore diskutert på både forelesning og i semesteroppgåver. Notasjonen er endra noko, nokre studentar kan tenkjast å justere notasjonen tilbake til forelesningsversjonen

a.

$$y_t = \frac{\lambda}{\lambda - \alpha} u_{1t} - \frac{\alpha}{\lambda - \alpha} u_{2t}$$

$$x_t = \frac{1}{\lambda - \alpha} u_{1t} - \frac{1}{\lambda - \alpha} u_{2t}$$

Begge er $I(1)$ prosessar, pga u_{1t}-ledda.

b. Estimer

$$x_{1t} = \hat{\lambda} x_{2t} + \hat{u}_t$$

og test null-hypotesa om ingen kointegrasjon med ein Dickey-Fuller-test på residualane.

c. Merk at dei vert bedne om å vise utleiinga av estimatoren. Full score berre til dei som faktisk viser denne.

$$\hat{\lambda} = \lambda + \frac{\sum \overbrace{x_t}^{I(1)} \overbrace{u_{2t}}^{I(0)}}{\sum \underbrace{x_t^2}_{I(1)}}$$

Denner har vi omtala som "superkonsistent", dei må vere i stand til å gje ei kort forklaring på kvifor.

d. $\triangle y_t = \lambda \triangle x_t - (1 - \eta)(y - \lambda x)_{t-1} + v_{2t}$ Litt forklaring vil også vere på sin plass her.

4. Utdrag frå forelesningsnotatar, gjev svar på både a. og b.

Standard VAR models do not include current values on the right hand side, only predetermined (lagged) variables. However, a VAR model can be interpreted as the reduced form of a dynamic structural model which includes current values. As an example, consider the structural system

$$y_{1t} = b_{10} + b_{11}y_{t-1} + a_{11}y_{2t-1} + a_{12}y_{2t} + v_{1t} \tag{1}$$

$$y_{2t} = b_{20} + b_{21}y_{2t-1} + a_{21}y_{1t-1} + a_{22}y_{1t} + v_{2t} \tag{2}$$

where (1) and (2) include current values of y_2 and y_1 on the right hand side, respectively. By solving for y_{1t} and y_{2t}, we obtain

$$y_{1t} = \frac{b_{10} + a_{12}b_{20}}{1 - a_{12}a_{22}} + \frac{b_{11} + a_{12}a_{21}}{1 - a_{12}a_{22}}y_{1t-1} + \frac{a_{11} + a_{12}b_{21}}{1 - a_{12}a_{22}}y_{2t-1} + \frac{v_{1t} + a_{12}v_{2t}}{1 - a_{12}a_{22}} \tag{3}$$

$$y_{2t} = \frac{b_{20} + a_{22}b_{10}}{1 - a_{12}a_{22}} + \frac{b_{21} + a_{22}a_{11}}{1 - a_{12}a_{22}}y_{2t-1} + \frac{a_{21} + a_{22}b_{11}}{1 - a_{12}a_{22}}y_{1t-1} + \frac{v_{2t} + a_{22}v_{1t}}{1 - a_{12}a_{22}} \tag{4}$$

The equations (3) and (4) can be interpreted as the VAR representation of the underlying simultaneous structural model, given by (1) and (2). By defining a set of coefficients, we can rewrite the equations as

$$y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{11}y_{1t-1} + \alpha_{11}y_{2t-1} + u_{1t} \tag{5}$$

$$y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21}y_{2t-1} + \alpha_{21}y_{1t-1} + u_{2t} \tag{6}$$

which can be estimated using OLS.

With this point of departure we can test for Granger causality. I.e. we want to test whether (i) a change in y_1 causes a change in y_2 and (ii) a change in y_2 causes a change in y_1. To test (i) we estimate (6) in the VAR model and tet the nil-hypothesis $H_0^1 : \alpha_{21} = 0$. Similarly, to test (ii) we estimate (5) and thest the nil-hypothesis $H_0^2 : \alpha_{11} = 0$. If we reject H_0^1 but not H_0^2 the results indicate that changes in y_1 'Granger cause' changes in y_2, but that y_2 does not seem to have a Granger causal effect on y_1. If both nil-hypotheses are rejected, we have causality or feedback in both directions, whereas if both pass, the results indicate no casuality or feedback in any direction.

5. Her forventast berre ein kortfatta, men formell framstilling av ARCH og GARCH. Følgjande døme på oppsett er vist på forelesning. Studentar som har tid til overs vil også kunne tenkjast å diskutere testprosedyrer og ymse utvidingar av grunnmodellen.

ARCH(1) Now say that

$$u_t = v_t\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2}\,,\ \sigma_v^2 = 1,\ \alpha_0 > 0,\ 0 < \alpha_1 < 1$$

We have that

$$E\left(u_t|u_{t-1},\, u_{t-2},\, ...\right) = 0$$

and

$$E\left(u_t^2|u_{t-1},\, u_{t-2},\, ...\right) = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2$$

The model thus allows us to estimate both the mean/expectation, using the equation

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + u_t \Rightarrow E\left(y_t|u_{t-1},\, u_{t-2},\, ...\right) = a_0 + a_1 y_{t-1}$$

and the variance, using the equation

$$u_t = v_t\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2} \Rightarrow E\left(u_t^2|u_{t-1},\, u_{t-2},\, ...\right) = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2$$

Generalized ARCH (GARCH), Bollerslev (1986)

Tim Bollerslev extended Engle's original work by developing a technique that allows the conditional variance to be an ARMA process.

GARCH(p, q)

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i u_{t-i} + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i}^2$$

Let us look at a GARCH(1, 1)

$$u_t = v_t\sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2}$$

We then have

$$E\left(u_t|u_{t-1},\, u_{t-2},\, ...\right) = 0$$

and

$$E\left(u_t^2|u_{t-1},\, u_{t-2},\, ...\right) = \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$$

This captures an ARCH model with an infinite number of lags

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$$

Recursive iteration gives

$$\sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1-\beta} + \alpha_1\left(u_{t-1}^2 + \beta u_{t-2}^2 + \beta^2 u_{t-3}^2 + ...\right)$$