

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

OPPGAVE 1

Vi har to modellen som ~~ser~~ ser på assymetrisk informasjon mellom velgerne/ beslutningstakerne og de offentlige etatene (byråene) som en årsak til ^{for stor} vekst i offentlig sektor.

- Byråkrati modellen ~~ser~~ ser implisitt på assymetrisk informasjon og har en passiv benliggende myndighet.
- Prinsippal-agent modellen ser eksplisitt på assymetrisk informasjon og har en aktiv benliggende myndighet.

Jeg velger å besvare oppgaven ved å se på prinsippal-agent modellen ettersom oppgavens ordlyd impliserer at den assymetriske informasjonen mellom byråagent og velger skal studeres eksplisitt.

Kan herde at byråkrati modellen viser veksten i offentlig sektor bedre, men jeg synes informasjonsfordelen kommer bedre fram i prinsippal-agent modellen.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

I modellen har vi at prinsipalen er velgerne / beslutningstakerne (den aktive benigende myndigheten) og agenten er den som utfører jobben på vegne av prinsipalen. Kan se på ~~den~~ agenten som et byrå.

Byrået har en kostnadsstruktur som velgerne ikke kjenner til \rightarrow ~~de~~ Byråene har altså en informasjonsfordel som skaper asymmetrisk informasjon.

Byrået kan ha følgende enhetskostnader:

C_L - lave enhetskostnader

C_H - høye enhetskostnader

Byrået produserer et gode G_i , $i=L, H$
 Velgerens nytte av godet er gitt ved $B(G_i)$,
 hvor $B'(G_i) > 0$, $B''(G_i) < 0 \rightarrow$ positiv, men avtakende grensenytte.

Kostnadene ved produksjon av godet

finansieres av en skatt t_i , $i=L, H$.

t_i er dermed budsjettet ~~for~~ byråene får utdelt.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Velgernes nytte er da gitt av:

$$B(G_i) - t_i \quad \rightarrow \text{nettonytte til velgerne}$$

Myndighetene ønsker å maksimere velgernes nytte:

$$\max_{G_i} B(G_i) - t_i$$

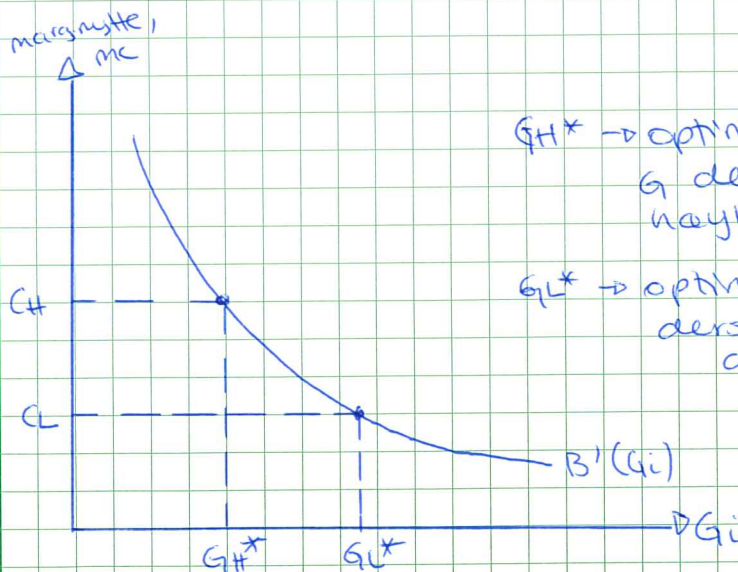
Setter inn for t_i og ~~resten~~ da blir optimeringsproblemet: ~~resten~~

$$\max_{G_i} B(G_i) - c_i G_i$$

FOB

$$B'(G_i) - c_i = 0 \Rightarrow B'(G_i) = c_i$$

\rightarrow søk - produksjon der marginalnytte av en ekstra enhet av G er lik marginalkostnaden.



G_H^* \rightarrow optimal produksjon av G dersom ~~vi~~ vi har høykostnadsagent

G_L^* \rightarrow optimal produksjon dersom vi har lavkostn. agent

$$G_H^* < G_L^*$$

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Vi får da at:

$$t_H = C_H \cdot G_H^* \quad \text{og} \quad t_L = C_L \cdot G_L^*$$

Log optimale budsjetter til agenten

Velgerne kan da danne en kontrakt med agenten hvor man har bestemt produksjon og budsjett.

Dette er derimot en naiv løsning.

Årsaken til dette er at dersom byrået har lave enhetskostnader har han incentiv til å lyve for å få kontrakten tiltenkt ~~lav~~ høy-kostnads agenten og dermed oppnå en profit:

$$(C_H - C_L) G_H^* > 0$$

Han kan lyve ettersom han har en informasjonsfordel \rightarrow velgerne kjenner ikke til kostnadene til byrået.

Myndighetene er derimot klar over at byrået har incentiv til å lyve. De må derfor gi agenten en informasjonsrente som gjør at agenten ikke lyver. Denne renten må være slik at:

$$r \geq (C_H - C_L) G_H^*$$

Dersom renten er større en gjennsten vil å lyve vil lavkostnadsagenten velge den kontrakten

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Som er ment for han, vi får da følgende:

$$t_H = C_H \cdot G_H^* \quad \text{og} \quad t_L = C_L \cdot G_L^* + r$$

↳ Vi ser at dette sikrer optimal produksjon av godet, men kostnaden blir større.

Velgerne kan finne en bedre løsning enn dette. Hva om de reduserer G_H slik at gjennsten ved å lyve blir mindre for lavkostnadsagenten?

$$G_H \downarrow \text{ betyr at } (C_H - C_L) \cdot G_H \downarrow$$

Dersom de gjør dette vil den optimale produksjonen dersom agenten er høykostnadsagent bli forstyrrt. Denne kostnaden må veies mot gjennsten av å kunne sette en lavere rente dersom agenten er lavkostnadsagent.

Velgerne ser derfor på sannsynligheten for at agenten er en lavkostnadsagent og får at den er en høykostnadsagent når den beregner optimal kontrakt.

$$V = P_L (B(G_L) - t_L) + (1 - P_L) (B(G_H) - t_H)$$

↳ nettonytte ~~nettonytte~~

Hvor:

P_L - ssh for at agenten er lavkostnadsagent

$(1 - P_L)$ - ssh for at agenten er høykostnadsagent

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Velgerne ønsker å maksimere nettoinntekt, men vi har noen betingelser:

Deltakurbetingelse:

$$C_H G_H \leq t_H \quad \rightarrow \text{Betingelse for at høykostnadsagent kan produsere}$$

Seleksjonsbetingelse:

~~$$(C_H - C_L) G_H \leq t_H - t_L$$~~

$$(t_H - C_L G_H) \leq (t_L - C_L G_L)$$

Dette er bilbetingelser det beste for velgerne er om det løses med likhet.

Vi har da:

$$\max_{t_H, t_L, G_H, G_L} V \quad \text{s.t.} \quad C_H G_H = t_H$$

$$t_H - C_L G_H = t_L - C_L G_L$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & P_L (B(G_L) - t_L) + (1 - P_L) (B(G_H) - t_H) - \lambda_1 (C_H G_H - t_H) \\ & - \lambda_2 (t_H - C_L G_H - t_L + C_L G_L) \end{aligned}$$

FOB

~~$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_H} = P_L - 1 + \lambda_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = 1 - P_L$$~~

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_L} = -P_L + \lambda_2 = 0 \Rightarrow \underline{P_L = \lambda_2} \quad \text{i)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t_H} = -(1 - P_L) + \lambda_1 - \lambda_2 = 0$$

setter inn for $\lambda_2 = P_L$:

$$\lambda_1 = (1 - P_L) + P_L \Rightarrow \underline{\lambda_1 = 1} \quad \text{ii)}$$

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_H} = (1-P_L) \cdot B'(q_H) - \lambda_1(q_H) + \lambda_2 C_L = 0$$

setter inn for λ_1 og λ_2 :

$$(1-P_L) \cdot B'(q_H) - C_H + P_L C_L = 0$$

$$B'(q_H) = C_H - \left(\frac{P_L}{1-P_L} \right) C_L \quad \text{iii)}$$

~~Optimal produksjon av q_H~~

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_L} = P_L B'(q_L) - \lambda_2 C_L = 0$$

setter inn for λ_2 :

$$P_L B'(q_L) - P_L C_L = 0$$

$$B'(q_L) = C_L \quad \text{iv)}$$

→ Optimal produksjon av q_L
("First-best"-løsning)

ser nærmere på iii):

$$(*) B'(q_H) = C_H - \underbrace{\left(\frac{P_L}{1-P_L} \right) C_L}_{< 0} < C_H$$

→ Denne gir oss optimal produksjon av q_H .

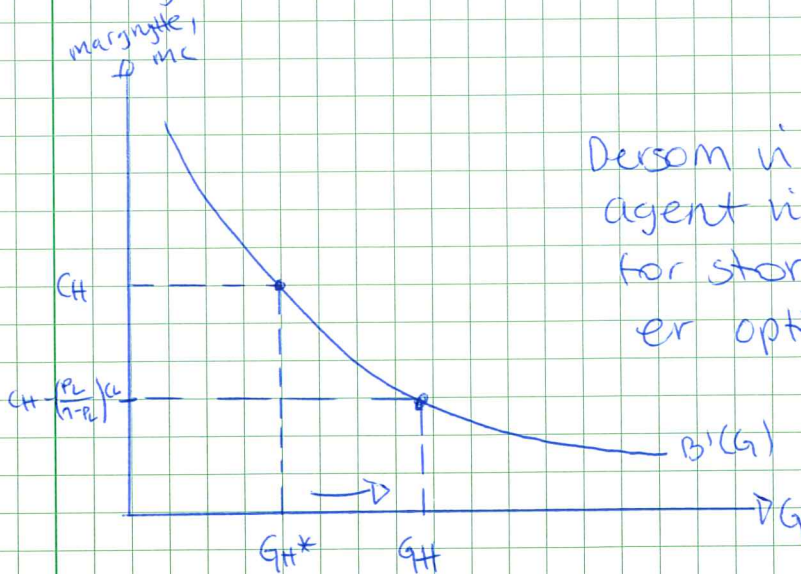
↳ Denne gir en avveining mellom den kostnaden det er å endre produksjon dersom agenten har høye kostnader og den gevinsten man får av at man kan selte en lavere verdi dersom agenten er lavkostnadsagent.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Tolkning (*)

Man ser at h_s av uttrykket er mindre enn G_H . Det betyr at $B'(G_H) < B'(G_H^*)$. Etersom vi har en positiv, men avtakende grensenytte betyr det at $G_H > G_H^*$. Offentlig produksjon blir dermed større enn det som er optimalt om man har ~~lavkostnads~~ høykostnadsagent. Årsaken til dette er at det offentlige må "sikre" seg i tilfelle agenten er lavkostnadsagent. Man får dette effektivitetstapet pga asymmetrisk informasjon mellom byrået og velgerne.



Dersom vi har en høykostnadsagent vil produksjonen bli for stor ift hva som er optimalt ($G_H > G_H^*$)

→ Asymmetrisk informasjon kan være en årsak til at off. sektor blir for stor.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Dersom agenten er høykostnadsagent gir ikke modellen noen god forklaring på veksten i offentlig sektor. Antar da at

$$C_H - \left(\frac{P_L}{1-P_L}\right)C_L > C_L$$

hoda vil isåfall produsjon av G være for liten iff optimum.

Politiske myndigheter kan pålegge byråene å oppgi riktig informasjon. Det er informasjonsfordelen som skaper problemet her og det er derfor viktig å ~~kontrollere~~ begrense den asymmetriske informasjonen mellom agent og prinsippal.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Oppgave 2

Jeg vil besvare denne oppgaven ved å
 a) betrakte to regioner som skattlegger kapital for å finansiere offentlig gode. Skattlegging av kapital er en mobil faktor, og skattlegging av den kan medføre at man mister for mindre skattebase ettersom nettoavkastning på kapital reduseres ved høyere skatt.

Forutsetninger i modellen:

- Inbyggerne kan bare benytte seg av det offentlige gode i den kommunen de bor
- ~~Det~~ Det er en viss mengde kapital, K , og den fordeles mellom de to regionene.
- Antall arbeidere, L , er gitt og er en lik andel i de to regionene
- Kapitalen plasseres der den gir høyest nettoavkastning

Modellen

- To regioner/kommuner i , $i=1,2$
- Kapital fordeles mellom de to regionene: $K = K_1 + K_2$
- Regionene skattlegger kapital med en skattesat t_i , $i=1,2$

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

~~Modellen~~

Produktfunksjonen:

$$F(K_i, L) = L \cdot F\left(\frac{K_i}{L}, 1\right) = L \cdot f(k_i) \rightarrow \text{konstant skalavkastning}$$

- K_i er kapital i region i , $i=1,2$
- L er aggregert sysselsetting (gitt)
- $k_i = \frac{K_i}{L} \rightarrow$ forholdet mellom kapital og arbeidskraft

$$f(k_i) = \frac{F(K_i, L)}{L} \rightarrow \text{Produksjon per arbeider}$$

$$\hookrightarrow f'(k_i) > 0, f''(k_i) < 0 \rightarrow \text{Positiv, men avtakende utbytte mhp kapital}$$

Fordelingen av kapital avhenger av nettoavkastningen. Vil utlede arbitrasjebetingelsen. Antar for enkelthets skyld at det kun er én kapital eier. ~~Her~~

~~$\pi = L \cdot f(k_i) - w_i L - t_i K_i + (K - K_i) p$~~

$$\pi = L \cdot f(k_i) - w_i L - t_i K_i + \underbrace{(K - K_i)}_{K_j} p$$

p - nettoavkastning på kapital i den andre regionen

Kapitaleieren ønsker å maksimere nettoavkastningen mhp kapitalen:

FOB

$$K \cdot f'(k_i) \frac{\partial k_i}{\partial L} - t_i + p(1) = 0$$

$$f'(k_i) - t_i = p$$

\rightarrow Arbitrasjebetingelsen. Nettoavkastning skal være lik i begge regioner

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Denne kan skrives mer bestemt for de to regionene:

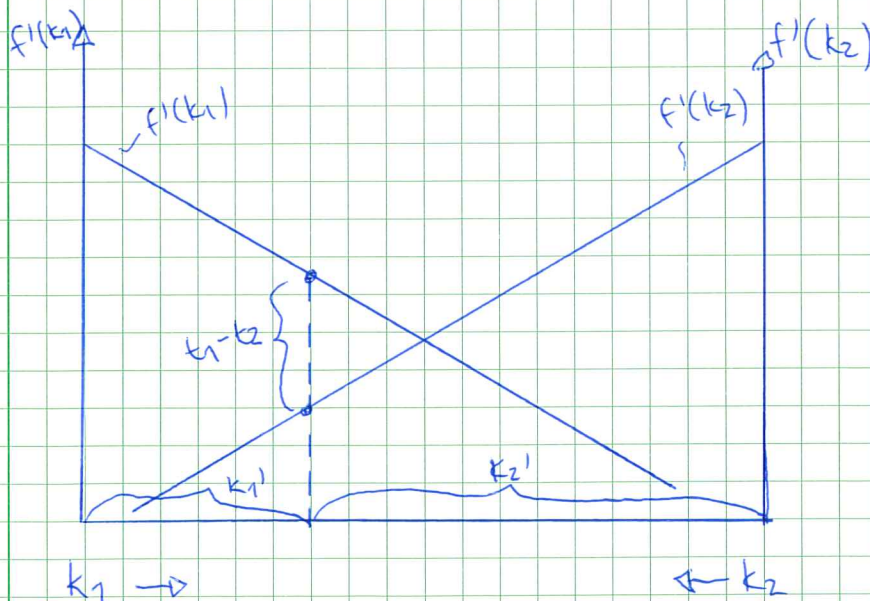
$$f'(k_1) - t_1 = f'(k_2) - t_2 = f'(\bar{k} - k_1) - t_2 \quad (1)$$

(1) er arbitrasebetingelsen for de to regionene.

Nettobrukstningen skal være lik. Ser at den avhenger av nivået på skatten.

Arbitrasebetingelsen gir oss den optimale allokeringen av kapital. Vil vise dette grafisk. Anta at $t_1 > t_2 \rightarrow$ da vil nettobrukstning i region 1 være lavere enn i region 2 og kapital flyttes til region 2. Merk at ~~den~~ marginalproduktiviteten er fallende og det betyr at marginalproduktiviteten (brukstningen) på kapital er høyere i region 1. (Det er mindre kapital bak hver arbeider).

Grafisk:



Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Ser at $t_1 > t_2$ gir mer kapital i region 2 ($k_1 < k_2'$).
 Nettoavkastning på kapital har redusert i region 1 som følge av skatten, men det betyr mindre kapital og høyere marginalproduktivitet (avkastning) mhp kapital ($t_1 \uparrow \rightarrow f'(k_1) \uparrow$ (se (1))).
 Marginalproduktiviteten reduseres med tilsvarende i region 2.

vil ~~ikke~~ finne optimal allokering analytisk.
 Tar utg.pkt i (1) og deriverer implisitt mhp t_1 og må ta hensyn til at kapitalen, k_1 endres som følge av skatteendring:

$$f''(k_1) \frac{\partial k_1}{\partial t_1} - 1 = f''(\bar{K} - k_1) \cdot \frac{\partial k_1}{\partial t_1} \cdot (-1)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial k_1}{\partial t_1} (f''(k_1) + f''(k_2)) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\partial k_1}{\partial t_1} = \frac{1}{f''(k_1) + f''(k_2)} < 0 \quad (2)$$

↪ (siden $f''(k_1)$ og $f''(k_2) < 0$)

Løser at en økning i skatten i region 1 vil føre til en reduksjon i kapitalen i region 1.
 (Tilsvarende gjelder i region 2)

Med dette kan vi begynne å se på regionens beslutningsproblem. De ønsker å maksimere innbyggernes nettonytte.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

~~Antar~~ Antar inntektene fra skattleggingen av kapital tilfaller innbyggerne. Enten som kontantoverføring eller som offentlig gode til samme verdi. Betrakter innbyggerne i region 1 (tilsvarende gjelder region 2). Innbyggernes nettonytte er gitt av inntekten:

$$y_1 = f(k_1) - \underbrace{f'(k_1)k_1}_{\text{avg. til kapitaleierne}} + t_1 k_1 \quad (3)$$

Region 1 ønsker å maksimere nytten ved å velge optimal skattesats t_1 . I sin beslutning må de ta hensyn til at kapitalen flyter som følge av skattesats og at kapitalbeholdningen også avhenger av den andre regionens valg av skattesats. Vi må finne Nash-likvekten (der ingen angrer sitt valg gitt den andres valg) og antar derfor simultane beslutninger.

Betrakter ~~sjeneret~~ region 1, men pga symmetri gjelder det også region 2.

Region 1 sitt beslutningsproblem:

$$\text{Max } y_1 = f(k_1) - f'(k_1)k_1 + t_1 k_1$$

FOB

$$\frac{\partial y_1}{\partial t_1} = f'(k_1) \frac{\partial k_1}{\partial t_1} - f''(k_1) \frac{\partial k_1}{\partial t_1} k_1 - f'(k_1) \frac{\partial k_1}{\partial t_1} + k_1 + t_1 \frac{\partial k_1}{\partial t_1} = 0$$

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$$\Rightarrow -k_1 f''(k_1) \frac{\partial k_1}{\partial t_1} + k_1 + \frac{\partial k_1}{\partial t_1} t_1 = 0 \quad (4)$$

Braker sammenhengen jeg fant i (2):

$$\frac{\partial k_1}{\partial t_1} = \frac{1}{f''(k_1) + f''(k_2)}$$

"Tikser" litt med a multipliserer h.s. med k_1 over og under brøkstreken:

$$\frac{\partial k_1}{\partial t_1} (f''(k_1) + f''(k_2)) = \frac{k_1}{k_1}$$

$$\Rightarrow k_1 = \frac{\partial k_1}{\partial t_1} (f''(k_1) + f''(k_2)) k_1 \quad (2')$$

setter inn for k_1 fra (2) i ledd nr. 2 i (4):

$$\Rightarrow -k_1 f''(k_1) \frac{\partial k_1}{\partial t_1} + \frac{\partial k_1}{\partial t_1} (f''(k_1) + f''(k_2)) k_1 + \frac{\partial k_1}{\partial t_1} t_1 = 0$$

$$\Rightarrow k_1 f''(k_2) \frac{\partial k_1}{\partial t_1} + \frac{\partial k_1}{\partial t_1} t_1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial k_1}{\partial t_1} (f''(k_2) k_1 + t_1) = 0 \quad (\star) \rightarrow \text{FOB for optimal skattesats i region 1}$$

Vi har nå funnet optimal tilpasning for regionen. Men vil finne dets reaksjonsfunksjoner for a se på regionenes tilpasning gitt den andre regionens valg.

Region 1:

Tar utg.pkt i (\star) og løser mhp t_1 :

$$\frac{\partial t_1}{\partial t_1} (f''(k_2) k_1 + t_1) = 0$$

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$$\Rightarrow f''(k_2)k_1 + t_1 = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = -f''(k_2)k_1$$

$$\Rightarrow t_1 = -k_1(t_1, t_2) \cdot f''(\bar{k} - k_1(t_1, t_2)) \quad (*)$$

↳ Region 1 sitt valg av skatt avhenger av region 2 sitt valg av skatt

Kan skrives som en reaksjonsfunksjon:

$$\Rightarrow t_1 = r_1(t_2) \quad \rightarrow \text{Reaksjonsfunksjonen til region 1}$$

Tilsvarende region 2:

$$\Rightarrow t_2 = -k_2(t_1, t_2) \cdot f''(k_1(t_1, t_2)) \quad (**)$$

$$\Rightarrow t_2 = r_2(t_1) \quad \rightarrow \text{Reaksjonsfunksjon til region 2}$$

Nash-likvekten er der ingen vil angre sitt valg av t_i gitt den andres valg av skatt.

Det vil være der $t_1^* = t_2^*$.

Vi får da følgende:

$$t_1^* = r_1(t_2^*) \quad \text{og} \quad t_2^* = r_2(t_1^*)$$

Når $t_1^* = t_2^* = t^*$ vil kapitalen fordeles likt mellom de to regionene: $\bar{k} = k_1 + k_2$.

Fra $(*)$ gir dette følgende optimale tilpasning:

$$t^* = -\frac{\bar{k}}{2} \cdot f''\left(\frac{\bar{k}}{2}\right)$$

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

for å kunne vise Nash-likevekten ~~at~~ grafisk må man finne helningen til reaksjonsfunksjonene.

Tar utg.pkt i (5):

$$\frac{\partial k_1}{\partial t_1} (f''(k_2)k_1 + t_1) = 0$$

$$\Rightarrow f''(k_2)k_1 + t_1 = 0$$

Denne kan skrives som:

$$\Psi(t_1, k_2) = f''(k_2)k_1 + t_1 = 0 \quad (5)$$

↳ Definerer t_1 som en funksjon av t_2

Definerer (5) implisitt mhp t_1 og tar hensyn til at t_1 er en funksjon av t_2 :

$$\frac{\partial \Psi(t_1, t_2)}{\partial t_1} \cdot \frac{\partial t_1}{\partial t_2} + \frac{\partial \Psi(t_1, t_2)}{\partial t_2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial t_1}{\partial t_2} = - \frac{\partial \Psi / \partial t_2}{\partial \Psi / \partial t_1} = - \left[\frac{f'''(k_2) \frac{\partial k_2}{\partial t_2} k_1 + f''(k_2) \frac{\partial k_1}{\partial t_2}}{f'''(k_2) \frac{\partial k_2}{\partial t_1} k_1 + f''(k_2) \frac{\partial k_1}{\partial t_1} + 1} \right] \quad (6)$$

Husker at en økt kapitalbeholdning i én region som følge av endret skatt er en negativ beholdning i den andre:

$$\frac{\partial k_1}{\partial t_1} = - \frac{\partial k_2}{\partial t_1} = - \frac{\partial k_1}{\partial t_2}$$

Kan da skrive (6) slik:

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$$\Rightarrow \frac{dt_1}{dt_2} = - \left[\frac{f'''(k_2) \frac{dk_1}{dt_1} k_1 + f''(k_2) \left(-\frac{dk_1}{dt_1}\right)}{f'''(k_2) \left(-\frac{dk_1}{dt_1}\right) k_1 + f''(k_2) \frac{dk_1}{dt_1} + 1} \right]$$

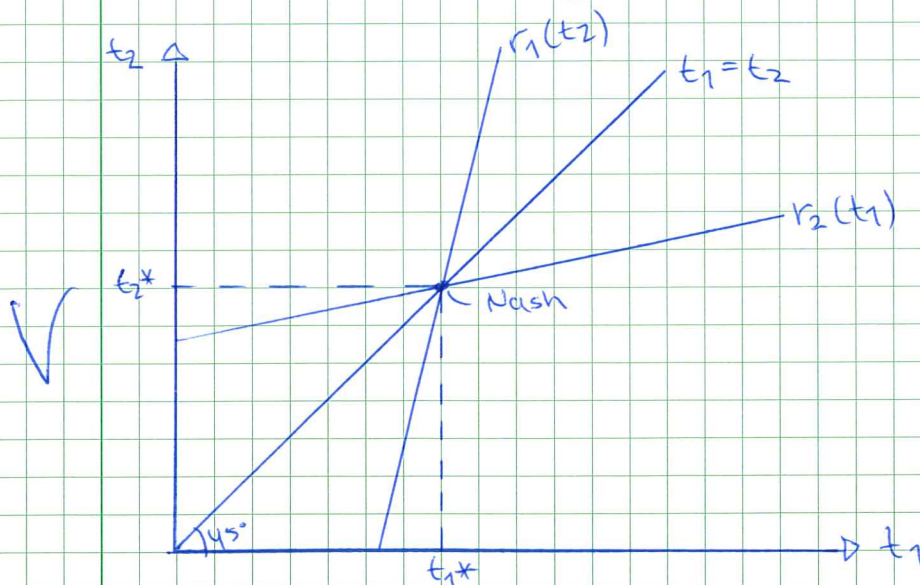
$$\Rightarrow \frac{dt_1}{dt_2} = \frac{f''(k_2) \frac{dk_1}{dt_1} - f'''(k_2) \frac{dk_1}{dt_1} k_1}{1 + f'''(k_2) \frac{dk_1}{dt_1} - f'''(k_2) \frac{dk_1}{dt_1} k_1}$$

$$\Rightarrow \frac{dt_1}{dt_2} = \frac{\frac{dk_1}{dt_1} [f''(k_2) - f'''(k_2) k_1]}{1 + \frac{dk_1}{dt_1} [f'''(k_2) - f'''(k_2) k_1]}$$

Antar $f'''(k_2) \geq 0$. Siden $\frac{dk_1}{dt_1} < 0$ og $f''(k_2) < 0$ har vi at: $0 < \frac{dt_1}{dt_2} < 1$

Lotteringen til reaksjonsfunksjonen er positiv, men mindre enn 1. Dvs $t_2 \uparrow \rightarrow t_1 \uparrow$, med $dt_2 > dt_1$.

Kan da illustrere grafisk:



Reaksjonene vil tilpasse seg i Nash der $t_1^* = t_2^*$. Her vil ingen angre sitt valg.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

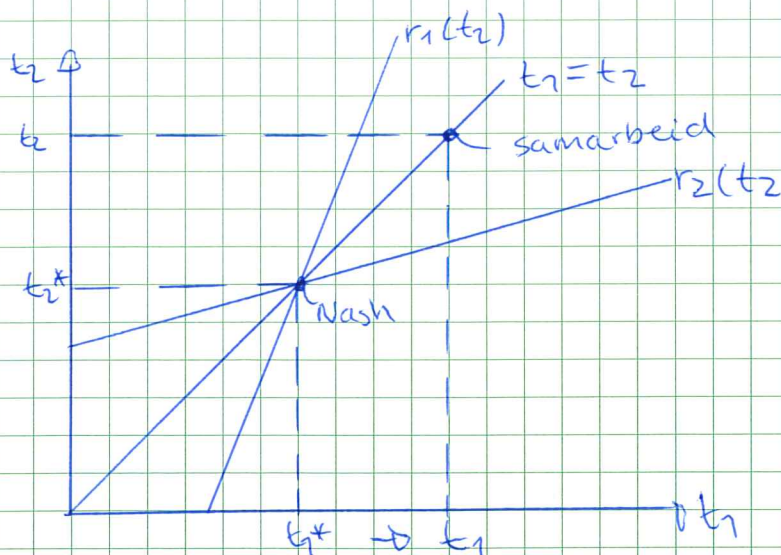
Men Nash-ukevelten er ineffektiv.
 Skattekonkurransen medfører at skatten bur lavere enn det som er optimalt. Dette er intuitivt ettersom ~~skatte~~ det skatt ville gitt mer nytte til ~~skatte~~ innbyggerne og ettersom kapitalen nå fordeles mellom de to regionene ville et samarbeid mellom regionene om høyere skattenivå ikke gitt mindre kapital.

ser at ~~det~~ skatt gir mer nytte:

$$y = f(k_1) - f'(k_1)k_1 + t k_1 \rightarrow t \uparrow \rightarrow y \uparrow$$

Dersom $t > t^*$ vil netto nytten ~~øke~~ gitt kapitalen er lik.

Dersom regionene inngår et samarbeid kunne man oppnådd høyere nytte. Tilpasning ville da vært;



Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Man kan tenke seg at et samarbeid mellom to kommuner kan være mulig. Likevel vil kommunene ofte ha et incitiv til å bryte samarbeidet ettersom dette kan gi høyere nytte i en periode. Dette er et typisk eksempel på "fangenes dilemma".

En mulighet for samarbeid er om staten går inn. De kan bestemme et nivå på skattesatsen som kommunene må holde seg til.

~~Man~~ Har nå sett at skattekonkurranse ~~konkurranse~~ mellom kommuner kan gi et lavere skattenivå enn optimalt når kommunene finansieres av skatt på mobilt skattegrunnlag (her kapital). Det at skattebasen er mobil vil altså begrense muligheten for skatt i kommunene. Om samarbeid ikke er mulig kan en løsning være å skatte mindre mobile skattegrunnlag. Eiendomsskatt er et godt eksempel på dette.