NTNU

Kandidat nr./Candidate no. 10020

Dato/Date: 30.05.16 Side/Page: 1

Emnekode/Subject SØK 3524

Antall ark/Number of pages: 36

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Q 1.a

~~Skal nå diskutere i korte trekk, hvis~~

Skal diskutere i korte trekk hva som burde inkluderes i en aldersbestemt fiskerimodell.

1. For at modellen i det hele tatt skal være aldersbestemt så må ~~fiske~~ den relevante fiskebestanden deles opp i årsklasser. Her burde det minimum være 2, men jo flere som inkluderes jo mer avansert/tricky blir også analysen. I modellen vi har sett på ~~var~~ er det tre årsklasser

- Recruits, $X_{0,t}$
- Young mature, $X_{1,t}$
- old mature, $X_{2,t}$

2. Det burde også inkluderes vekten ~~på~~ / veht veksten til aldersklassen. Slik at biomassen kan sees på..

3. Den naturlige dødeligheten for de forskjellige årsklassene slik at det er mulig å anslå hvor mange som flyttes til neste årsklasse ~~/ regne biomassen av den~~.

4. Fertiliteten for de forskjellige aldersgruppene slik at vi kan se hvilke årsklasser som påvirker rekruttering mest.

Den gule kopien beholder du/Please keep the yellow page

Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

5. Om det skal ha en økonomisk anvendelse burde også prisen og prisendringer inkluderes.

Det en ~~alders~~ age structured modell prøver å besvare sammenlignet med en biomasse modell.

~~I en bio~~ i en age structured (ASM) så ønsker vi å se på hvor mye de forskjellige aldersklassene påvirker endringer i stocken, ~~slik at vi kan beregne når~~ Både ved vekt endringer og ved rekruttering. Her kan vi se hvilke årsklasser det vil være "lønnsomt" å ta ved at de har nådd sin maksimale vekst / fertelitet. I en age structured vil vi få hele biomassen ved å summere årsklassene og multiplisere med gjennomsnittlig vekt.

I en biomasse Modell skilles det ikke mellom årsklasser ~~og~~ rekruttering og ~~vektøkn~~ ~~bioma~~ vektøkning internt. Det vil her se på den totale utviklingen i stockens biomasse.

En AGS vil gi mer detaljert info, men vil ~~dra~~ gjøre det på bekostning av semplisitet.

6. ~~Før neste~~ I resten av (Q.1) blir det litt frem og tilbake med notasjonen. ~~t~~ ~~t faller~~ Jeg dropper å ta med t der hvor det ikke er relevant å se på det (men det avhenger fortsatt av t). Det veksles også litt mellom fcks. F' og F'(X) ~~tag~~. F(X) blir også antatt logistisk.

Kandidat nr./*Candidate no.* 10020

Dato/*Date:* 30.05.16 Side/*Page:* 3

Emnekode/*Subject* SØK 3524 Antall ark/*Number of pages:* 36

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

1.6)

Vi ser nå på en biomasse modell hvor stocken vokser i henhold til.

$$\frac{\partial X_t}{\partial t} = \overbrace{\dot{X}(t)}^{\text{Endring i stocken}} = \overbrace{F(X(t))}^{\text{Den naturlige veksten}} - h(t) \quad \text{Jakt/fiske}$$

Nytten av fiskestocken er gitt av

$U(h(t))$

Vi har her 1 controll variabel $(h(t))$ og en stock variabel $(X(t))$

$$\frac{\partial U(h(t))}{\partial h(t)} > 0 \qquad \frac{\partial^2 U}{\partial h(t)^2} < 0$$

Vi ser at problemet er ulineart (konkavt) i controllvar, det betyr at vi vil ha en gradevis tilnærming til Steady-state.

Videre antas det at fiskestocken er optimalt forvaltet.

Sosialplanleggeren ønsker å maksimere present-value nytten. Problemet kan formuleres som.

$$\text{Max } PV_0 = \int_0^\infty \left[U(h(t)) \right] e^{-\delta t}\, \partial t \quad \text{s.t. } \dot{X}(t) = F(X(t)) - h(t)$$

$\delta > 0$ – diskonteringsraten.

Setter opp Current value Hamiltonian

$$H = U(h(t)) + \mu \left[F(X(t)) - h(t) \right]$$

FOB

($U' = U'(h(t))$ skriver det slik for enkelhetsskyld)

1. M.P. $\frac{\partial H}{\partial h(t)} = 0 \Rightarrow U' - \mu = 0$

2. P.B. $\dot{\mu} = \delta\mu - \frac{\partial H}{\partial X(t)} \Rightarrow \dot{\mu} = \delta\mu - \mu F'$

$[F' = F'(X(t))]$

3. TRI. $e^{-\delta\infty} \mu(\infty) X(\infty) = 0$

$\rightarrow = 0$ pga $T = \infty$

1. $\mu > 0$ – Gir oss skyggeprisen. Den sier at vi har en alternativkostnad knyttet til fiske. Om vi fisker mer idag så vil vi ha mindre igjen imorgen.

$\mu = U'$ – Sosialplanleggeren vil tilpasse seg der hvor ~~Nytten~~ marginalnytten av fiske er lik skyggeprisen (alternativkostnaden).

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10020

Dato/*Date:* 30.05.16 Side/*Page:* 5

Emnekode/*Subject* SØK 3524

Antall ark/*Number of pages:* 36

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Vi ~~kan~~ totaldiffrensierer uttrykket over tid

$$\dot{u} = u'' \cdot \dot{h}$$

2. PB gir:

$\delta u = \delta u'$ – Verdien av eksterne investeringer. ~~Et lik~~ Om nytteøkningen investeres eksternt.

?

$uF' = u'F'$ – ~~Nytte~~ Den marginale nytteøkningen som følge av en marginaløkning i stocken. Kan sees på som nytteøkningen ved å investere i stocken.

Kombinerer 1 og 2.

$$u'' \cdot \dot{h} = \delta u' - u'F'$$

$$\boxed{\dot{h} = \frac{u'}{u''}(\delta - F')} \quad \text{II}$$

$$\boxed{\dot{x} = F(x) - h} \quad \text{I}$$

$F(x(t)) = F(x)$, $h(t) = h$ skrives for enkelhetsskyld

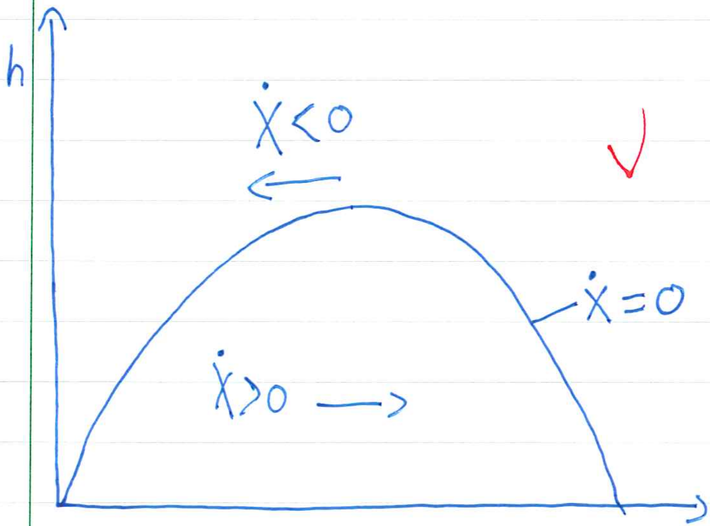
I og II vil gir oss bevegelsen/endringen til stocken og jakten over tid.

Det neste steget blir å finne isoklinene.

X-isoklinen, $\dot{X}=0$

$\dot{X}=0 \Rightarrow F(X)-h=0$

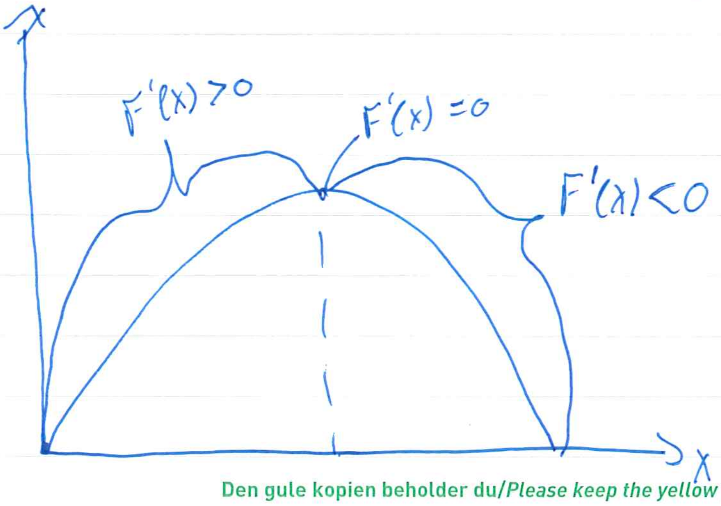
$F(X) = h$



Om vi antar en ~~togara~~ logaritmisk funksjon så vil X-isoklinen ta følgende form.

$$\frac{\partial \dot{X}}{\partial h} = -1 < 0$$

En kort forklaring av den logaritmiske funksjonen.



$F'(X)=0$ gir oss den maksimale veksten. (X_{MSY})
Om $F'(X)<0$ så vil trengselen et ekstra individ medfører være ~~sterkere~~ større enn økningen i veksten.
$F'(X)>0$, omvendt.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

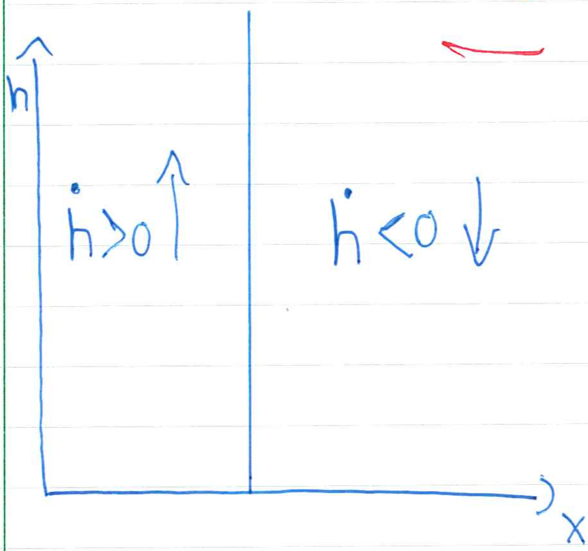
$\dot{h}$-isoklinen, $\dot{h} = 0$

$$\dot{h} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{u'}{u''}(\delta - F') = 0$$

$$\cancel{\delta = F'}$$

$$F' = \delta$$

$$\frac{\partial \dot{h}}{\partial x} = -\frac{u'}{u''} \cdot F'' < 0$$



NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10020

Dato/*Date:* 30.05.16 Side/*Page:* 8

Emnekode/*Subject* SØK3524

Antall ark/*Number of pages:* 36

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

c)

Fra oppgave b) har vi ~~to~~ isoklinene og to funksjoner.
Steady-state karakteriseres ved at stocken og fiske er uendret over tid.

$\dot{X} = 0 \Rightarrow F(X) = h$
$\dot{h} = 0 \Rightarrow F'(x) = \delta$ } Gir steady state h^* og X^*

Kan vises grafisk

merk:
Vi har et saddelpass. Det kan sees ~~på 3 måter, enten~~ ved å sjekke determinanten og trasen i en Jacobi matrise.
~~Ved å se at vi har~~
~~[illegible]~~

~~Eller ved å se at~~

Vi har et ustabilt system.
For tilfeldige ~~verdier~~ nivåer av X og h så vil vi bevege oss vekk fra steady-state.
For ett gitt stock (X_0) er det kun en harvest som leder til steady-state.

Vi har at steady state vil ligge til venstre for $F'(x) = 0$ grunnen er at $\delta > 0$. Vi vil se dette mer formelt ved å analysere en økning i diskonteringen $(\delta \uparrow)$.

Den gule kopien beholder du/*Please keep the yellow page*

Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

Kandidat nr./Candidate no. 10020

Dato/Date: 30.05.16 Side/Page: 9

Emnekode/Subject: SØK3524

Antall ark/Number of pages: 36

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

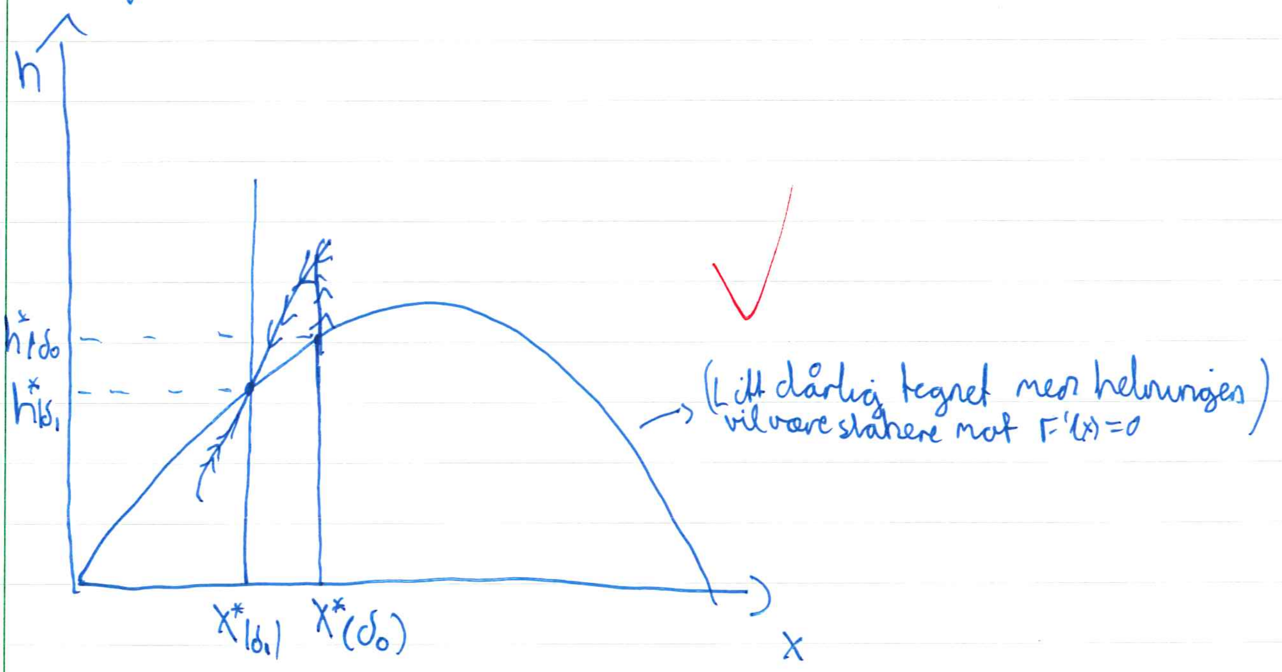
This column is for external examiner

Ser nå på en økning i diskonteringsraten og hvordan det vil påvirke steady-state.
Fra uttrykkene

1. $F(X^*) = h^*$
2. $F'(X^*) = \delta$

Så ser vi at δ kun inngår i uttrykk 2. Det betyr at vi kun vil ha et skift i h=isoklinen.
Det er viktig å legge merke til at både h^* og X^* vil påvirkes.

Grafisk kan vi se det: $\delta_0 \Rightarrow \delta_1$, $\delta_1 > \delta_0$



Gitt den nye diskonteringen så vil stocken $X^*_{\delta_0}$ være for høy. Grunnet høyere avkastning på eksterne ~~av akt~~ investeringer. For at vi skal komme oss tilbake i steady-state. Så må fiske øke ~~stik at vi på ny er på~~ ~~til vi er på~~ til det nivå som leder mot steady-state. Her vil vi gradvis avta fiske ettersom stocken synker. ~~Den~~ Stocken i S-state vil være lavere.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Analytisk/formelt kan vi se at en økning i diskonteringen vil påvirke h^* og X^*.
Totaldiffrensierer 1. og 2. ~~og ser på tid og diskonte~~

$$1.\quad \partial X^* F'(X^*) = \partial h^* \Rightarrow F' \partial X^* \div \partial h^* = 0$$

$$2.\quad F'' \cdot \partial X^* = \partial \delta$$

Vi har her to likningsett til å finne to ~~ukjent~~ ukjente.
Bruker Cramers-regel.

$$\begin{vmatrix} F' & -1 \\ F'' & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \partial X^* \\ \partial h^* \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ \partial \delta \end{vmatrix}$$

$$A = F' \cdot 0 - (-F'') = F'' < 0$$

$$\partial X^* = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ \partial \delta & 0 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{\partial \delta}{A} = \frac{\partial \delta}{F''}$$

$$\frac{\partial X^*}{\partial \delta} = \frac{1}{F''} < 0$$

– En høyere diskontering vil ~~gi en~~ gjøre det optimalt å holde en lavere stock i steady state.

$$\partial h^* = \frac{\begin{vmatrix} F' & 0 \\ F'' & \partial\delta \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{F'\partial\delta}{F''}$$

$$\frac{\partial h^*}{\partial \delta} = \frac{F'}{F''} \quad \begin{matrix} <0 \\ >0 \end{matrix}$$ Her vil effekten avhenge av den initielle tilpassningen.

~~Om vi hadde en høy~~

~~Men pga at vi bare har diskonteringen~~

~~$F' < 0$ om vi hadde hatt noen~~

~~$X^*_{\delta_0}$ $F' < 0$ om~~ ~~δ høy~~

Men pga at vi bare har diskonteringen med i uttrykket for ~~h^* så vi~~ h-isoklinen så vil vi ligge til venstre.

$F' > 0$

$$\frac{\partial h^*}{\partial \delta} < 0$$

Vi har nå sett at en økning i diskonteringsraten vil gjøre det optimalt å holde en lavere stock og ha et lavere fiske.

Kandidat nr./Candidate no. 10020

Dato/Date: 30.05.16 Side/Page: 12

Emnekode/Subject SØK3524

Antall ark/Number of pages: 36

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

d)

Vi skal nå se på en situasjon hvor vi inkluderer en positiv stock-verdi.

Nytten kan nå skrives som.

$U(h) + Q(X(t))$

$Q(X(t))$ – Er denne positive verdien av stocken. (skriver også her $Q(X) = Q(X(t))$)

$Q' > 0$, $\cancel{Q'' < 0}$ – antar at en økt stock gir økt verdi ~~men i avtagende grad.~~

Skal på nytt finne steady-state. Problemet til sosialplanleggeren kan nå formuleres som.

$$\max PV_0 = \int_0^\infty [U(h) + Q(X)] e^{-\delta t} dt \quad s.t. \quad \dot{X} = F(X) - h$$

Setter opp current-value Hamiltonian

$$H = U(h) + Q(X) + \mu(F(X) - h)$$

1. MP. $\frac{\partial H}{\partial h} = 0 \Rightarrow U' - \mu = 0$

2. PB. $\dot{\mu} = \delta\mu - \frac{\partial H}{\partial X} \Rightarrow \dot{\mu} = \delta\mu - Q' - \mu F'$

3. TRI. $\underbrace{e^{-\delta\infty}}_{=0 \text{ pga } T=\infty} \mu(\infty) X(\infty) = 0$

Den gule kopien beholder du/Please keep the yellow page

Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

1. MP har samme tolkning som tidligere.

$\mu = u'$

$\dot{\mu} = u'' \dot{h}$

2. PB, her har vi fått et nytt ledd.

$Q'(x)$ - ~~den man~~ Endringen i nytten av en marginal økning i stocken.

$Q'(x) + u'F'(x)$ - investering i stocken.

Kombinerer 1 og 2.

$$u''\dot{h} = \delta u' - Q' - u'F'$$

$$\boxed{\dot{h} = \frac{u'}{u''}(\delta - F') - \frac{Q'}{u''}} \quad \text{II}$$

$$\boxed{\dot{x} = F(x) - h} \quad \text{I}$$

Vi ser at I er lik som fra oppgave c) altså vil denne forbli uendret. I II har vi nå fått et ekstra ledd, skal se hvordan dette vil påvirke steady-state

~~Stat~~ steady-state var gitt der hvor stocken og harvesten er stabil over tid.

$$\dot{X} = 0 \quad \Rightarrow \boxed{1.\ F(X) = h}$$

$$\dot{q} = 0 \quad \Rightarrow \frac{u'}{u''}(\delta - F') - \frac{Q'}{u''} = 0$$

$$\Rightarrow u'(\delta - F') - Q' = 0$$

$$\cancel{u' = \frac{Q}{\delta - F}}$$

$$\boxed{2.\ F' = \delta \div \frac{Q'}{u'}}$$

Intuisjonen min sier at en ~~trøgere~~ ekstra verdi knyttet til stocken vil gjøre det optimalt å holde en større stock. Fra 2. ser vi at F' nå ~~har et~~ avhenger av et negativt ledd.

Om vi nå setter inn for de spesifikke funksjonene som er blitt oppgitt i oppgaven.

$$U(h) = a\ln h \quad \Rightarrow U'(h) = \frac{a}{h} > 0 \quad U'' = -\frac{a}{h^2} < 0$$

$a > 0$

$$Q(X) = qX \quad \Rightarrow Q'(X) = q > 0 \quad Q'' = 0$$

$q > 0$

1. $F(x^*) = h^*$

2. $F'(x^*) = \delta - \dfrac{q}{\left(\frac{a}{h^*}\right)}$

$F'(x^*) = \delta - \dfrac{qh^*}{a}$

Vi kan nå se hvordan en økning i den marginale stock-verdien påvirker h^* og x^*.
Total differensierer 1. og 2. ~~oo~~. (ser ~~bar~~ på x^*, h^* og q).

1. $F'\,\partial x^* - \partial h^* = 0$

2. $F''\,\partial x^* = -\dfrac{\partial q h^*}{a} \; \cancel{0} \; - \dfrac{q}{a}\,\partial h^*$

$F''\,\partial x^* + \dfrac{q}{a}\,\partial h^* = -\dfrac{h^*}{a}\cdot \partial q$

Setter opp Cramers regel.

$$\begin{vmatrix} F' & -1 \\ F'' & \frac{q}{a} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \partial x^* \\ \partial h^* \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -\frac{h^*}{a}\partial q \end{vmatrix}$$

$A = F'\dfrac{q}{a} + F''$ => avhenger av ~~stot~~ den initielle tilpassningen.

$F' > 0$ - om $\delta > \dfrac{Q'}{u'}$

$F' < 0$ - om $\delta < \dfrac{Q'}{u'}$

$$dX^* = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ \div \frac{h^*}{a} dq & \frac{q}{a} \end{vmatrix}}{|A|} = -\frac{h^* dq}{a\left(F' \frac{q}{a} + F''\right)}$$

$$\frac{dX^*}{dq} = -\frac{h^*}{F'q + F''a} \gtrless 0$$

Om $F' > 0$ så vil vi ha en usikker effekt, avhengig av forholdet ~~$F'q + F''a$~~ q og a.

Om $F' < 0$ så vil vi ha at $\frac{dX^*}{dq} > 0$, det vil lønne seg å holde en større stock.

$$d\cancel{q}h^* = \frac{\begin{vmatrix} F' & 0 \\ F'' & \div \frac{h^*}{a} dq \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{F' h^* dq}{F'q + F''a}$$

$$\frac{d\cancel{q}h^*}{dq} = \frac{F' \cdot h^*}{F' \cdot q + F'' \cdot a} \begin{matrix} > 0 \\ < 0 \end{matrix}$$

Endringen i fangsten vil også avhenge av den initielle tilpassningen og stch på q og a.

Vi fikk her en usikker effekt i motsettning til hva jeg trodde.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Q2)

Ser nå på et flow forurensningsproblem med flere forurensende aktører. Antar at dette forurensnings-problemet ~~ø~~ blir håndtert ved hjelp av et Cap and trade system (CAT).

Jeg vil starte med å forklare kort hva som kjennetegne et flow-forurensningsproblem.

Et flow forurensningsproblem karakteriserer ved at skadene på tidspunkt t kun avhenger av en aktivitet. Om aktiviteten opphører ~~så~~ vil også forurensningsprob opphøre. Eks. kan være støy fra en motorvei. Skadene ~~kan~~ fra problemet på tidspkt t kan skrives som.

$D_t = D(M_t)$.

M_t - flowen på tidspkt t.

Et flow problem kan sees på ved hjelp av en statisk modell.

Vi har nå at problemet blir håndtert ved hjelp av et CAT-system.

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10020

Dato/*Date:* 30.05.16 Side/*Page:* 18

Emnekode/*Subject* SØK3524

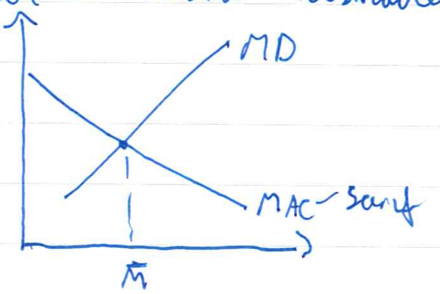
Antall ark/*Number of pages:* 36

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Hovedtrekkene ved et CAT - system er som følger

1. Regulatoren (EPA) setter en grense på hvor mye forurensning som tillates over en periode $\bar{M}$.

Denne grensen (capen) vil kunne settes på forskjellige måter, men det vanlige er ~~for å~~ å sette den slik at ~~kostna~~ kostnaden blir minimert

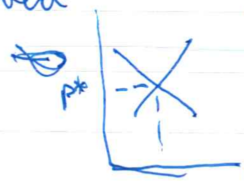


(Går ikke noe nærmere inn på dette.)

2. EPA deler ut kvoter til de forurensende aktørene. Hvor den totale mengden ~~ikke over~~ er lik $\bar{M}$.

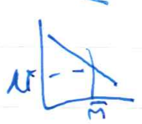
Det er flere måter denne utdelingen kan gjøres ~~hvor det~~ Arv (grandfathering) og auksjoner er verdt å nevne.

Her vil velferden byttes mellom bed



Arv kan gjøres ved å se på tidligere utslipp og deles deretter. Her vil aktørene med flere kvoter enn de trenger selge i markedet og de med for få vil kjøpe. Kvoteprisen gis i markedet. (MAC>P - kjøper
MAC<P - selger).

Her vil velferden overføres til EPA.



Auksjoner kan gjøres ved at alle de forurensende bed gir inn bud til EPA som rangerer dem og setter kvoteprisen der hvor markedet klareres.

Begge måtene vil gi laveste kost gitt at markedene er velregulerte og at EPA kjenner totale MAC (for at $\bar{M}$ settes riktig) ~~og at EPA kjenner MAC.~~

Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

NTNU

Kandidat nr./Candidate no. 10020

Dato/Date: 30.05.16 Side/Page: 19

Emnekode/Subject SØK3524

Antall ark/Number of pages: 36

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

3. Det må også settes regler. Den viktigste regelen er at det ikke er lov å forurense mer enn kvotemengden tillater.
~~Stra~~ Her må straffen ved å avvike være så høy at bed har insentiver til å følge ~~programmet~~ systemet.

4. Det må eksistere en garanti for at kvotene kan handles i markedet.

Min forståelse av et CAT-system er som følger. EPA setter en cap på hvor mye som kan forurenses over en periode. De deler så ut kvoter. og det ~~oppstår~~ dannes et marked for forurensning hvor forurensning har en pris.

Skal nå formulere en simpel reduksjonsmodell.
Reduksjonskost kan skrives som.

$$C_i = C_i(Z_i) = C_i(\hat{M}_i - M_i) \qquad i = 1, 2, \ldots, N)$$

$\hat{M}_i$ – Utslipp uten reduksjon (Business as usual).
M_i – Utslipp etter red.
Z_i – Reduksjon.

rensing

$$MAC = \frac{\partial C_i}{\partial Z_i} = C_i'$$

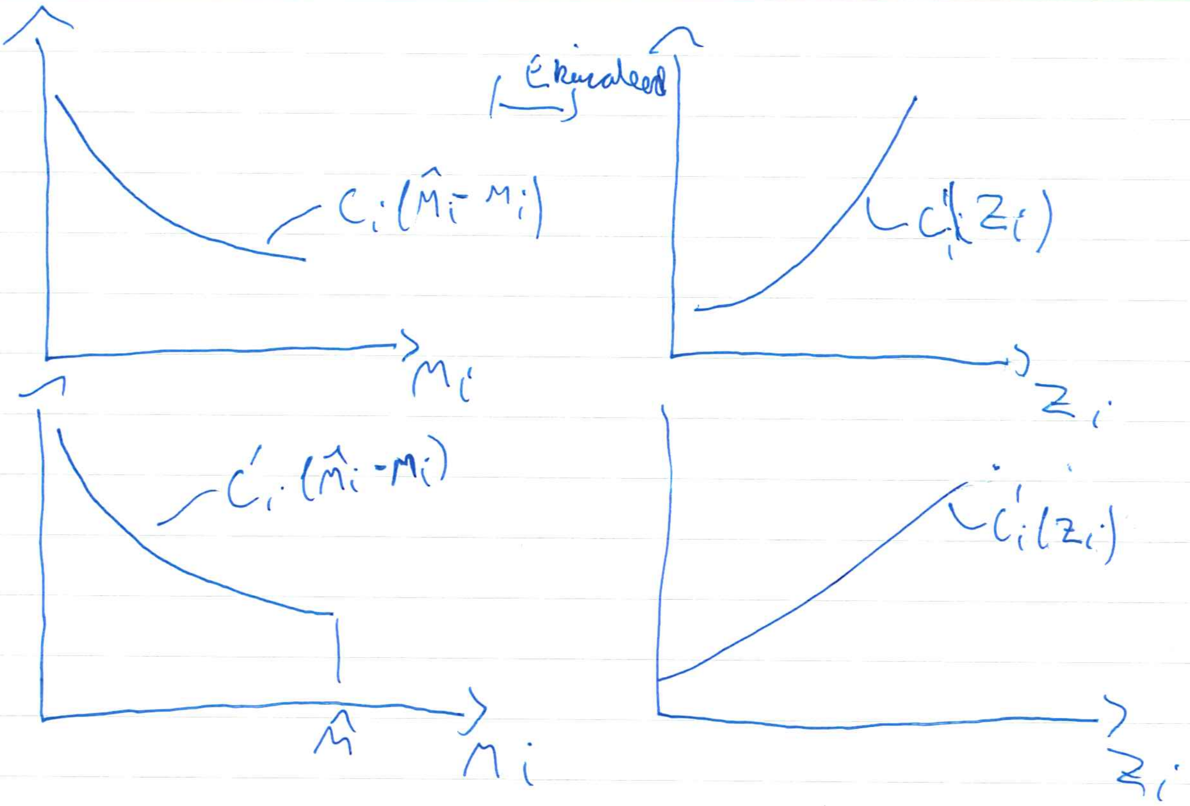
$$MAC = \frac{\partial C_i}{\partial M_i} = -C_i' \quad ?$$

Den gule kopien beholder du/Please keep the yellow page

Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner



For bed er det en kostnad knyttet til reduksjonen (lavere prod, bedre teknologi etc), men samtidig er det en kostnad knyttet til utslipp gjennom kvoter. Bed önsker å minimere disse kostnadene og gjör det ved å löse fölgende problem.

$$\max_{M_i} -(C_i) = -[C_i(\hat{M}_i - M_i) + P(M_i - M_i^0)]$$ ✓

M_i^0 - ~~kvoterne~~ initielle kvotemengden. ✓

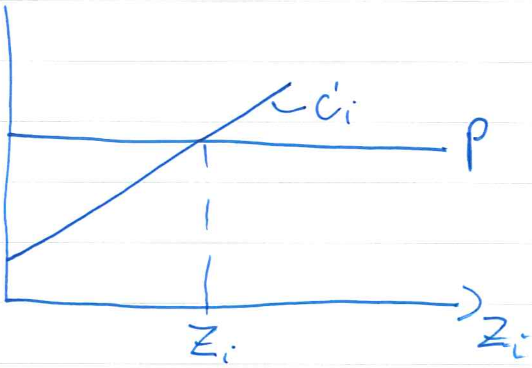
~~on~~

P - kvotepris.

$M_i > M_i^0$ - så ~~selger~~ kjøper bed kvoter.

$M_i < M_i^0$ - så ~~kjøper~~ selger bed kvoter.

FOB.



~~$\frac{\partial L}{\partial}$~~

1. $\frac{\partial C_i}{\partial m_i} = C_i' - P = 0$

$C_i' = P$ bed ønsker å tilpasse seg der hvor marginalkostnaden av reduksjon er lik marginal kostnaden ved å forurense.

$C_i' > P$ -> Så er MAC høyere enn marginalkost ved å forurense. Bed vil kjøpe kvoter.

$C_i' < P$ -> MAC er lavere enn marginalkost ved å forurense. Bed vil ~~kjø~~ selge kvoter.

~~Om vi summerer alle~~

$C_i' = P$ vil gi bed i sin etterspørsell etter kvoter.

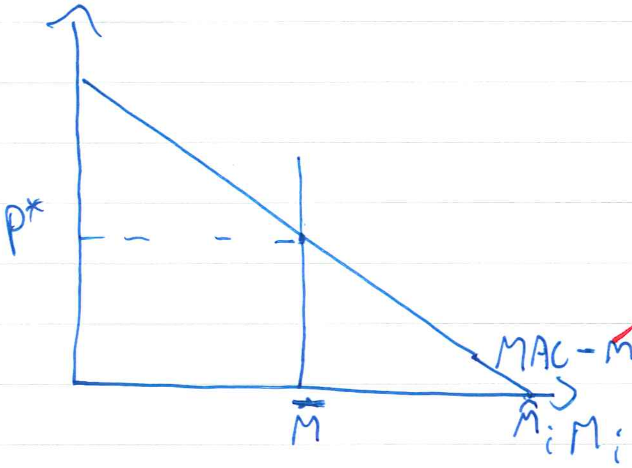
Om vi summerer alle N bed sin etterspørsel vil vi få markedsetterspørsellen.

Knapt.. Forklar mer..

Tilbudet er gitt ved.

$$\bar{M} = \sum_{i=1}^{N} M_i^0$$

Markedsprisen p^* gis der markedet klareres



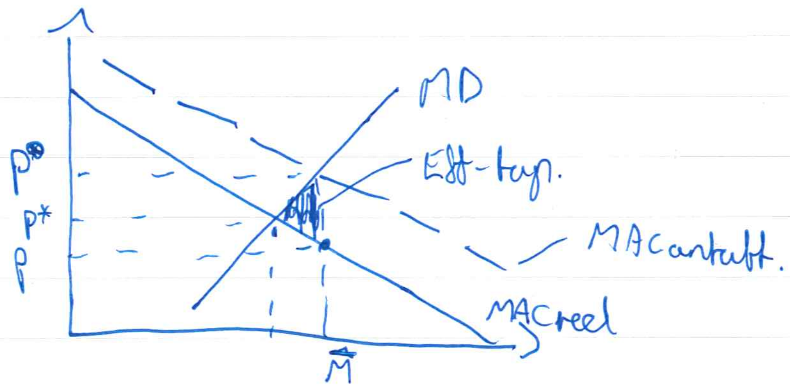
markeds etterspørsel

~~Vi ser at bed vo~~

Noen faktorer som kan påvirke kvoteprisen.

1. Om insentivene ikke er store nok kan aktører som får høyere nytte av å ikke kjøpe kvoter heller ønske å ta straffen. Det gjør at etterspørsellen endres og kvoteprisen øker.

2. Om det er usikkerhet knyttet til MAC så kan EPA risikere å sette capen feil slik at prisen også blir det.



b) i)

Vi ser her på et stock forurensningsproblem.
Det som karakteriserer et stock problem er at skadene på tidspkt t avhenger av den akkumulerte forurensningen. For at vi skal ha en akkumulering så krever det at flowen overstiger residualen sin nedbrytingsevne.

$$\dot{A}(t) = \beta(M(t))^{-g(A)} - G(A(t))$$

$G(A(t))$ – Nedbrytingsevnen.
$M(t)$ – flowen

$\Big\}$ tidspkt t.

~~Pres~~ nytten er definert som.

$$W(t) = B(M(t)) - D(A(t))$$

$B(M(t))$ – ~~Nytten av~~ ~~os~~ Nytten av utslipp på tidspkt t.

$D(A(t))$ – Skaden av den akkumulerte stocken på tidspkt t.

Vi ser her at velferden kun påvirkes negativt av ~~St~~ den akkumulerte forurensningen. Vi har dermed et rent stock problem.

~~Vi antar nå at vi har akku~~

Problemet kan skrives som.

$$PV_0 = \int_0^\infty B(M(t)) - D(A(t))e^{-\delta t} dt. \text{ S.t. } \dot{A}(t) = \beta M(t) - G(A(t))$$

Vi antar nå at vi er i likevekt slik at

$$\dot{A}(t) = 0 \Rightarrow \beta M(t) - G(A(t)) = 0$$

Problemet er nå statisk og vi løser ved hjelp av Lagrange.

$$L = B(M) - D(A) - \lambda(\beta M - G(A))$$

q q ou

FOB

1. $\frac{\partial L}{\partial M} = B' - \lambda\beta \geq 0 \; ; \; M \geq 0$

2. $\frac{\partial L}{\partial A} = -D' + \lambda G' \geq 0 \; ; \; A \geq 0$

3. $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -\beta M + G(A) = 0$, $\lambda > 0$ - for at bibet skal holde.

Antar at $A > 0$ og $M > 0$. ~~St~~

Løser for λ.

$$\lambda = \frac{B'}{\beta} \quad \neq \quad \lambda = \frac{D'}{G'}$$

Trekning?

$$B'(M) = \frac{D'(A) \cdot \beta}{G'(A)}$$

$$\beta M = G(A)$$

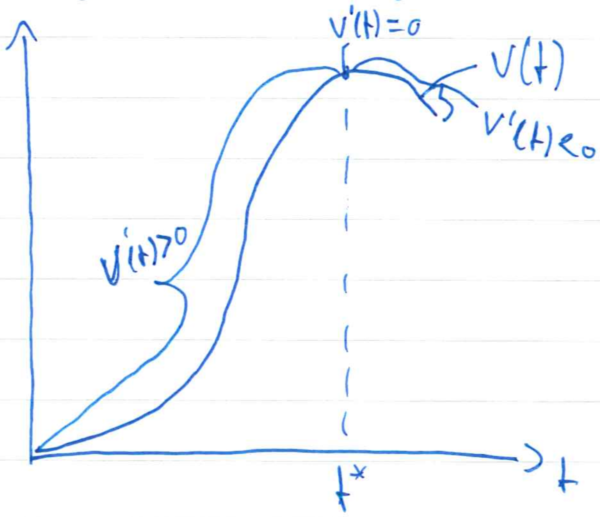
Gir ~~Ax~~ A^* og M^* i likevekt. Som maks velferden.

Q3

merk: når jeg sier vokseref år til, mener jeg 1 enhet t til

Merk hele oppgaven er løst med $V(t)$ som biomassen. Altså at $V'(T)$ er endringen i biomassen.

En årsklasse med trær vokser i henhold til $V(t)$. , ~~$V'(t) > 0$~~. Antar at med vekst, så er det snakk om biomasse. Grafisk kan det representeres.



1. $t > t^* \rightarrow V'(t) < 0$
2. $t < t^* \rightarrow V'(t) > 0$

1. Et år ekstra vekst vil minke ~~veksten~~ biomassen
2. Et år ekstra vekst vil øke biomassen

Problemet med trær er å finne det rette hogst tidspunkt T^*. Hvor lenge en årsklasse burde stå avhenger av tre typer og miljøet, men det er typisk at det vil være et sted mellom 25 - 100 år. (Perman).

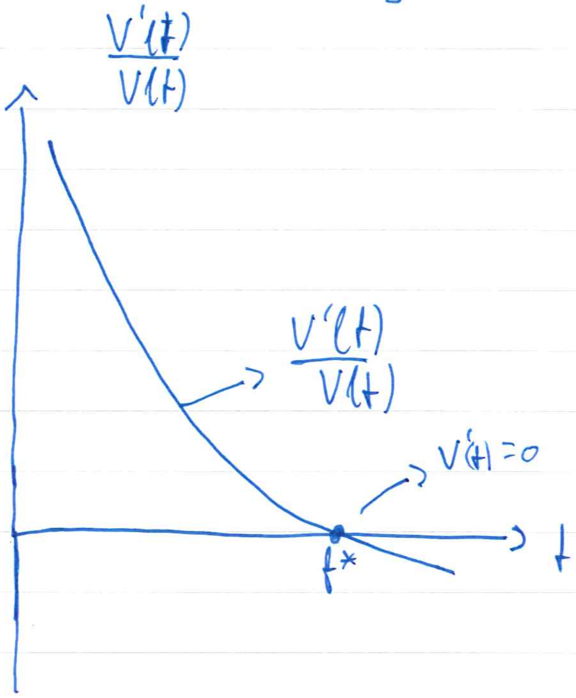
~~Va~~ Det første delproblemet ~~var~~ er altså å finne tiden når trestocken har nåd sin maksimale gjennomsnittlige verdi. Grafisk er det gitt som t^* over. Mer formelt så totaldifferensieerer jeg veksten.

$$V'(T) \cdot dT = 0$$
$$V'(T) = 0$$

som er vist over.

8 ikke gjennomsnitt.. !

Den gjennomsnittlige verdien kan skrives som.



Vi skal nå se på det økonomisk optimale hogsttidspunkt.
~~Problemet kan formuleres som.~~

~~Max~~

Present valuen ~~at~~ av trestanden kan formuleres som.

$$PV_0 = -C_0 + pV(t)e^{-\delta t}$$

C_0 - Plantekostnader på tidspunkt $t=0$.

$P_t = P$ - ~~prisen~~ net ~~to~~ tre verdi er fast over tid.

Problemet er altså å finne det optimale hogsttidspunkt. Det som maksimerer present-valuen av årsklassen.

$$\frac{\partial PV_0}{\partial T} = PV'(T)e^{-\delta T} - \delta P V(T) e^{-\delta T} = 0$$

$$\underbrace{P V'(T)}_{\text{intern verdi}} = \underbrace{\delta V(T) P}_{\text{Ekstern verdi.}}$$

Intern verdien.

$PV'(T)$ - Gir oss ~~ved~~ verdiøkningen om vi lar årsklassen vokse et år til.

Ekstern verdien.

$\delta V(T) \cdot P$ - Gir oss den eksterne verdien om vi hogger ~~sto~~ årsklassen på tidspunkt T, selger til P og investerer eksternt til ~~avkastn~~ δ.

δ - kan ~~sees~~ også sees på som tolmodighet.

Det økonomisk optimale vil være å hogge på det tidspunkt T ~~som~~ hvor verdiene av eksterne investeringer = interne.

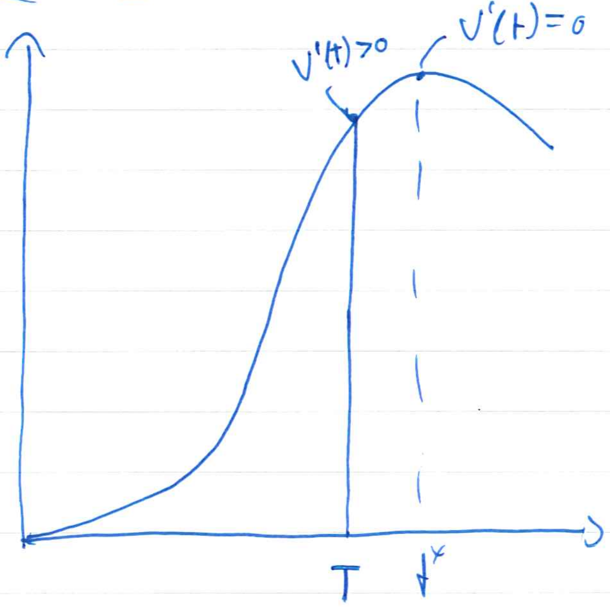
om $PV'(T) > \delta V(T) P$ → lønner det seg å holde årsklassen et år til.

om $PV'(T) < \delta V(T) \cdot P$ → Burde ha hogd før.

Vi kan skrive om uttrykket.

$$\frac{k \cdot V'(T)}{k \cdot V(T)} = \delta$$

Vi får det optimale hogsttidspunkt der vekstraten er lik vekstraten eksternt



Av uttrykket $V'(t) = \delta V(T)$ så ser vi at veksten vil være positiv vi vil altså ligge til venstre for t*.

~~Mer formelt kan det vises som. ved å totaldifferensiere uttrykket.~~

~~og se t~~

~~$V'' \delta T^* =$~~

Vi skal se det formelt ~~etter~~, men kommer tilbake til det.

Viser at $\delta = 0$ gir oss at det optimale hogsttidspunkt vil være der hvor $t = t^*$. Det kommer av at vi ikke har noe utålmodighet/ det er ikke noe gevinst ved å investere eksternt slik at det vil lønne seg å la skogen vokse til biomassen er maksimal. Som er t* fra første del av spm.

Kandidat nr./Candidate no. 10020

Dato/Date: 30.05.16 Side/Page: 29

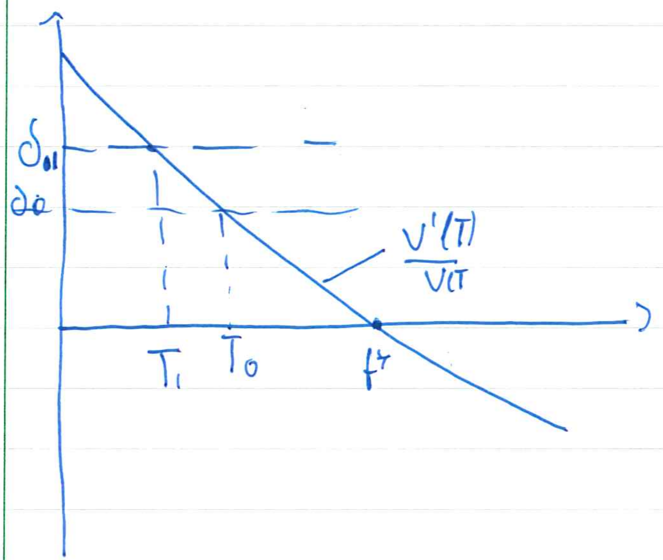
Emnekode/Subject SØK 3524

Antall ark/Number of pages: 36

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Om vi ser på den andre grafen vi tegnet ovfr. (for vekstraten) så er det enklere å se.



Vi ser her klart å tydlig at diskontering vil gi et ~~to~~ tidligere hogst tidspkt.

Formelt kan vi se det ved å total diffrensiere.

$$V'' \partial T = \delta V' \partial T + V(T) \partial \delta$$

$$\frac{\partial T}{\partial \delta} = \frac{V(T)}{\underbrace{\underbrace{V''}_{\div} - \underbrace{\delta V'}_{\div\, +}}_{\div}} < 0$$

Økt diskontering vil som sagt gi et tidligere hogsttidspkt.

Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

6) Antar nå at ~~t~~ treprisene skifter over tid.

$$\frac{\partial P(t)}{\partial t} = P' > 0 \qquad \boxed{P'' = 0} \rightarrow \text{antar}$$

Formulerer PV_0 av ~~tre~~ årsklassen som.

$$PV_0 = -C_0 + P(t)\,V(t)\,e^{-\delta t}$$

Vi skal fortsatte finne det tidspkt som ~~ma~~ maksimerer PV_0.

$$\frac{\partial PV_0}{\partial T} = P'\,V(T)\,e^{-\delta T} + P(T)V'\,e^{-\delta T} - \delta P(T)V(T)\,e^{-\delta T} = 0$$

$$\underbrace{P(T)V' + P'\,V(T)}_{\text{Intern verdi}} = \underbrace{\delta P(T)\,V(T)}_{\text{Ekstern verdi.}}$$

Intern verdien har nå ~~et~~ nytt ledd. Det gir oss verdiøkningen av stocken som følge av ~~en~~ økning i pris.
Ekstern verdien vil være den samme.

Vi ser at

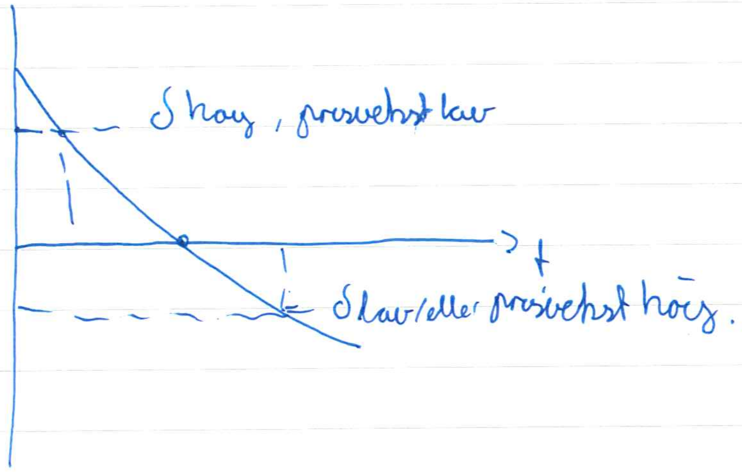
$$V' = \Big(\delta - \underbrace{\frac{P'}{P(T)}}_{\div}\Big)V(T)$$

Om $\frac{P'}{P(T)} > \delta$ så vil $V' < 0$

$\frac{P'}{P(T)} < \delta$ så vil $V' > 0$

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

$$\frac{V'}{V(T)} = \delta - \frac{P'}{P(T)}$$



Det kan nå bli lønnsomt å holde ~~stor~~ årsklassen etter at ~~prisen~~ den har nådd sin maksimale ~~vekstrate.~~ biomasse og prisveksten er høy.

$\alpha > 0$

Om vi skriver $P(T) = \alpha \emptyset +$ $\quad P'(T) = \alpha > 0$

$P'' = 0$

~~Så kan vi se på en endring i P formelt.~~

$\cancel{V'(\delta T =}$

$$V' \cdot \alpha T = (\delta T \alpha - \alpha^2) V(T)$$

$$\cancel{V'' \delta T + V' \alpha \delta T + V' T \cdot \delta \alpha = \delta V(T) T \delta \alpha + \delta V' T \delta T \alpha}$$

$$V' \cdot T = \delta T V(T) - \alpha^2 V(T)$$

$$V'' \delta T = \delta$$

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10020

Emnekode/*Subject* SØK3524

Dato/*Date:* 30.05.16 Side/*Page:* 32

Antall ark/*Number of pages:* 36

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

c) Om vi nå benytter funksjonsformen.

$$V(t) = 0{,}1t^2 - 0{,}005t^3$$
$$P(t) = P(0)e^{\beta t} \qquad \beta > 0$$

Skal nå finne det økonomisk optimale hogsttidspkt.

$$V'(t) = 0{,}2t - 0{,}015t^2$$

$$P'(t) = P(0)e^{\beta t} \cdot \beta$$

$$0{,}2t - 0{,}015t^2 = \left(\delta - \frac{P(0)e^{\beta t}\beta}{P(0)e^{\beta t}}\right) \cdot (0{,}1t^2 - 0{,}005t^3)$$

$$\underline{0{,}2 - 0{,}015t} = (\delta - \beta)\,t(0{,}1 - 0{,}005t)$$

$$\frac{0{,}2 - 0{,}015t}{t(0{,}1 - 0{,}005t)} = \delta - \beta$$

$$\frac{0{,}2}{t(0{,}1 - 0{,}005t)} - \frac{0{,}015}{t(0{,}1 - 0{,}005t)} = \delta - \beta$$

$$\frac{t(0{,}1 - 0{,}005t)}{0{,}2} - \frac{(0{,}1 - 0{,}005t)}{0{,}015} = \frac{1}{\delta - \beta}$$

$$\frac{1}{2}t - 0{,}025t^2 + \frac{1}{3}t - \frac{2}{3} = \frac{1}{\delta - \beta}$$

$$\cancel{-0{,}025t^2}$$

Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

Kandidat nr./Candidate no. 10020

NTNU

Dato/Date: 30.05.16 Side/Page: 33

Emnekode/Subject SØK 3524

Antall ark/Number of pages: 36

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$$-0{,}025\,t^2 + \frac{1}{6}t - \frac{2}{3} = \frac{1}{\delta - \beta} \quad \Big| \cdot 40$$

$$-t^2 + \frac{20}{3}t - \frac{80}{3} = 40\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{\delta-\beta}\right)$$

Bruker ABC formelen.

$$t_{1,2} = \frac{-\frac{20}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{20}{3}\right)^2 - 4\cdot(-1)\cdot -40\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{\delta-\beta}\right)}}{-2\cdot}$$

Vil her få to tidspkt for t. et positivt og et negativt. Det gir ikke mening med at negativt tidspkt slik at T^* gis av det positive t verdien.

Har liten tid så går ikke videre her.
Ser heller hvordan økt β vil påvirke resultatet.

Går tilbake til.

$$V'(T) = (\delta - \beta)V(T)$$

$$V''\cdot\partial T = \delta V'\partial T - \beta V'\partial T - V(T)\,\partial\beta.$$

$$\frac{\partial T}{\partial \beta} = -\frac{V(T)}{\underbrace{V'' - \delta V'}_{?} + \underbrace{\beta V'}_{+}} \lessgtr 0$$

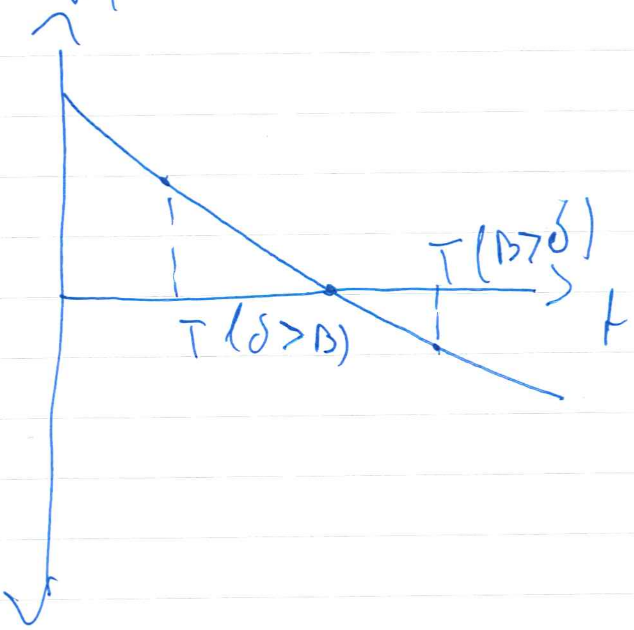
Vil avhenge av den initielle tilpassningen ... Mar.. 2. ordens beh

Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$$\frac{V_1'}{V_T} = \delta - B$$



d)

Ser nå på ~~et~~ problemet fra a), hvor vi også har en tilleggsverdi på landområdet etter hogst.
Vi formulerer PV_0 som.

T ?

$$PV_0 = -C_0 + PV(t)e^{-\delta t} + e^{-\delta T}\left(\int_T^\infty He^{-\delta t}\,dt\right)$$

V ?

$H = H(t)$ – Konstant positiv alt verdi etter hogst.

$$PV_0 = -C_0 + PV(t)e^{-\delta t} + e^{-\delta T}\left(-\frac{H}{\delta}\Big|_T^\infty e^{-\delta t}\right)$$

$$PV_0 = -C_0 + PV(t)e^{-\delta t} + e^{-2\delta T}\left(-\frac{H}{\delta}\right)$$

$$-\frac{H}{\delta}(0 - e^{-\delta T})$$

$$+\frac{H}{\delta}e^{-\delta T}$$

Finner så det optimale hogst tidspunkt T.

$$\frac{\partial PV_0}{\partial T} = PV'e^{-\delta T} - \delta PVe^{-\delta T} - 2He^{-2\delta T} = 0$$

$$PV'\cancel{e^{-\delta}} - \delta PV\cancel{e^{-\delta T}} - 2He^{-\cancel{2}\delta T} = 0$$

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10020

Dato/*Date:* 30.05.16 Side/*Page:* 36

Emnekode/*Subject* SØK3524

Antall ark/*Number of pages:* 36

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Vi har nå fått en tilleggsverdi internt.

$$\underbrace{PV' - 2He^{-\delta T}}_{\text{Intern}} = \underbrace{\delta PV}_{\text{Ekstern.}}$$

$2He^{-\delta T}$ – Tilleggsverdien.

Intuisjonen sier at hogsttidspkt skal bli tidligere sjekker det formelt.

$$\cancel{PV''\partial T - 2\partial He^{-\delta T} = \delta PV'\partial T}$$

$$PV''\partial T - 2e^{-\delta T}\partial H + 2He^{-\delta T}\delta\,\partial T = \delta PV'\partial T$$

$$\frac{\partial T}{\partial H} = \frac{2e^{-\delta T}}{(\underbrace{PV'' - \delta PV'}_{-} + \underbrace{2He^{-\delta T}\delta}_{+})}$$

Vi ser her at vi har motstridende effekter. Altså vil det avhenge av den initielle tilpassningen samt diskontering og pris.