NTNU

Kandidat nr./Candidate no. 10017

Dato/Date: 9/12.2016 Side/Page: 1

Emnekode/Subject SØK 3528 Antall ark/Number of pages: 35

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Oppgave 1 :

a) Åpen by.

Bruker her utdrag/en kortfattet versjon av Muth-Mills/Brueckner modellen for en monosentrisk by.

Forutsetninger:
- Identiske husholdninger
  -> like preferanser, likt inntekt.
- Ingen lokasjonspreferanser.
- Monosentrisk by, CBD
- To goder konsumeres
  -> bolig
  -> alle andre konsumgoder enn bolig. Kan kalle denne for "brød".
- Migrasjonslikevekt.
- Alle leier

I en åpen by må vi ha en migrasjonslikevekt. Det vil si at nytten er lik over hele byen, altså at den ikke varierer med avstand fra bysenteret CBD, og at nytten er konsistent med nyttenivået i andre byer i økonomien.
Det at nytten, u, er eksogen, lik $\bar{u}$, gjør at endogene variable må justeres/kompenseres slik at nytten holdes konstant.

(1) $v = v(q, c)$

(1) gir nytten til en innbygger i byen, og nytten kommer av konsum av hhv bolig og brød.



Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

NTNU

Kandidat nr./Candidate no. 10017

Dato/Date: 9/12.2016 Side/Page: 2

Emnekode/Subject SØK 3528

Antall ark/Number of pages: 35

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Migrasjonslikevekten sier da at:

$v = \bar{u} \Rightarrow v(q, c) = \bar{u}$ (2)

(2) gir oss migrasjonslikevekten, og denne vil alltid holde på sikt. Effekten av små forstyrrelser/endringer i variable som påvirker nytten til innbyggerne vil avta over tid, da nytten går mot likevektsnytten.

t - pendlekostnader (enkle kostnad, ikke tidskostnad).

y - inntekt

x - distanse fra CBD (der alle jobbene er).

p - bolig priser per $m^2$

q - boligkonsum i $m^2$

c - konsum av andre konsumgoder.

$y - tx$ - nettoinntekter: inntekt etter pendlekostnader.

Ser at konsum av bolig har en pris gitt ved p. Denne varierer etter hvor i byen man befinner seg.
Konsum av andre konsumgoder har også en kostnad, men denne er lik over hele byen, og er normalisert til 1.

Konsumentenes budsjett:

$$(3) \quad \underbrace{y - tx}_{\text{disp.inntekt}} = \underbrace{c + pq}_{\text{totale konsum}}$$

For å finne ut av hvordan inntekt, pendlekost, avstand påvirker p og q kan vi løse budsjettet for c og

Kandidat nr./Candidate no. 10017

Dato/Date: 9.12.2016 Side/Page: 3

Emnekode/Subject SØK 3528 Antall ark/Number of pages: 35

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

setter inn i migrasjonslikevekten.

(4) $\bar{u} = v(y - tx - pq, q)$

p, q og c er endogene variable, mens t, y, x og $\bar{u}$ er eksogene.

Differensierer mhp q:

$v_1 - p + v_2 = 0$

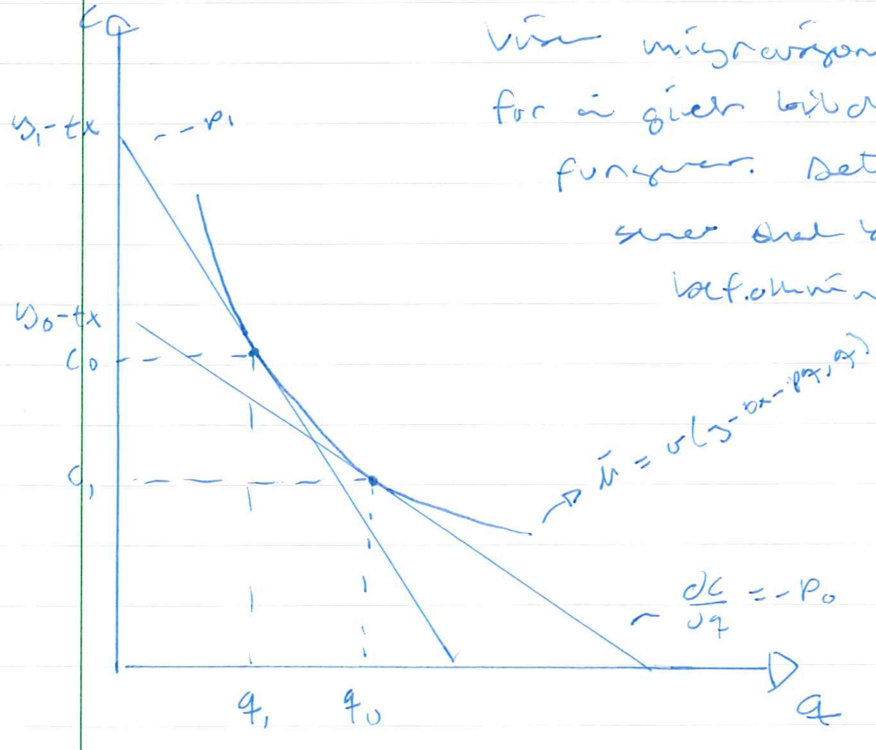
(5) $\frac{v_2}{v_1} = p$ ⇒ MRS

$p = p(y, t, x, u)$

$q = q(y, t, x, u)$

$c = c(y, t, x, u)$

Viser migrasjonslikevekten grafisk for å gi et bilde av hvordan den fungerer. Dette er viktig når vi senere skal se på bestemmelser av lok.kommunestørrelse og geog. str. av egen pop.






Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

Av grafen ser vi hvordan en inntektsøkning vil påvirke konsum av bolig og prisnivå. (også c men er uinteressant). En inntektsøkning gjør at man tilegnet nytte får høyere boligpriser, og en respons gitt ved mindre konsum av q; $q_0 \to q_1$ $(q_0 > q_1)$

vanligvis (konsumteori), ville en inntektsøkning gitt økt nytte, men her vil altså nytten holdes konstant ved at prisen øker, og konsum av bolig faller. Konsum av c har økt.

For å se hjelpt på hvordan x, t, y påvirker p, q og c bruker vi (4):

(4) $\bar{u} = v(y - tx - pq, q)$

Deriverer mhp x, p og q for å se hvordan pris og boligkonsum blir lenger ut i byen.

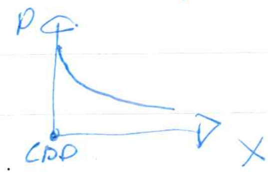
$$v_1\left(-t - p\frac{dq}{dx} - q\frac{dp}{dx}\right) + v_2\frac{dq}{dx} = 0$$

Bruker (5), at $v_2 = v_1 p$

$$v_1\left(-t - \cancel{p\frac{dq}{dx}} - q\frac{dp}{dx}\right) + \cancel{v_1 p\frac{dq}{dx}} = 0$$

$\Rightarrow \frac{dp}{dx} = \div \frac{t}{q} < 0$ $\Rightarrow$ boligpriser faller med avstand fra bysentrum. Dette er intuitivt da folk lenger unna betaler høyere pendlekostnader.

$\frac{d^2p}{dx^2} = \div \frac{\div t \cdot dq/dx}{q^2} > 0$ $dq/dx$ kommer på neste side.



Effekt på q:

$$\frac{\partial(V_2/V_1)}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{dx} = \frac{dp}{dx}$$

$\frac{\partial(V_2/V_1)}{\partial q}$ er helningen på indifferenskurv. ettersp kurve for boligkonsum ⇒ negativ helning.

$$\frac{dq}{dx} = \frac{dp}{dx}\left(\frac{\partial(V_2/V_1)}{\partial q}\right)^{-1} = \frac{\overset{\div}{dp}}{dx}\,\overset{\div}{n^{-1}} > 0$$

Boligkonsum øker med avstand fordi prisen faller, og responsen er den å konsumere mer bolig for å holde nytten lik ū. Effekten fra t, y og u på p og q kan også vises, på akkurat samme måte, men det jeg ville få fram her er hvordan migrasjonslikevekten i en åpen by fungerer.

Skal nå se nærmere på bestemmelsen av befolkningsstørrelse og geografisk størrelse i åpen by.

Starter med å se på geografisk størrelse:

Byen er som sagt monosentrisk, og vil se ut som en sirkel, der avstanden fra CBD til hvilket som helst punkt der byen slutter er gitt ved avstanden $\bar{x}$. ~~Dette er avstanden fra CBD som byen går fra å være~~ Ved $\bar{x}$, altså bygrensen, vil det utenfor $\bar{x}$ være jordbruk og urbane områder/boligområder innenfor.

Kandidat nr./Candidate no. 10017

Dato/Date: 9.12.2016 Side/Page: 6

Emnekode/Subject SØK 3528 Antall ark/Number of pages: 35

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Bygrense blir bestemt av punktet der leie av land til boligbygging, er lik leie av land til jordbruk.

For å bestemme leiepriser på land brukt til boligbygging/utbygging av urbane områder må vi se på boligmarkedet:

Har at "produksjon" av boliger/hus/blokker er gitt ved

$H = H(N, L)$ To inputs i prod: N - kapital
L - land.

Konstant skalaavkastning i produksjonen, avtakende avkastning av innsatsvarene.

$p$ - prisen på bolig (per $m^2$)
$i$ - prisen på kapital (enhetspris)
$r$ - prisen på land (per mål).

Får da følgende profitt for boligbyggere:

$$\pi = \underbrace{pH(N,L)}_{\text{inntekter per enhet bolig}} - \underbrace{iN - rL}_{\text{utgifter ved bruk av kapital og land per}}$$

Boligbyggerne bygger og leier ut boligene de har bygd.
$i$ betales til kapitaleier/kan også sees på som slitasje
$r$ betales til landeiere som ikke bor i byen.

Boligbyggerne maksimerer profitten sin ved å velge optimal kombinasjon av land og kapital i produksjon. De bestemmer også implisitt boligstørrelsen $q$, men må tilpasse seg etterspørselen fra ~~bo~~ innbyggerne.

Vil finne et uttrykk for kapital per mål / profitt per mål.
Deler $\Pi$ på $L$:

$$pH\left(\frac{N}{L}, \frac{L}{L}\right) - i\frac{N}{L} - r = \frac{\Pi}{L}$$

Skriver om:

$$p\,h(s) - is - r = \Pi/L \quad , \quad s = \frac{N}{L}$$ som er strukturell tetthet. Kan sees på som høyden på bygget. (kapitalintensitet).

Boligbyggerne maksimerer profitten mhp kapitalintensiteten:

$$\frac{\partial(\Pi/L)}{\partial s} = p \cdot h'(s) - i = 0$$

$$= ph'(s) = i \qquad (6)$$

Denne sier at profitten er maksimert når boligbyggerne har valgt optimal kombinasjon av kapital og land i produksjonen.
Marg. inntekt = mc

Videre er det konkurranse i boligmarkedet, slik at landeierne kan sette $r$ slik at profitten til boligbyggerne blir lik null:

Setter $\Pi = 0$

$$p\,h(s) - is = r \qquad (7)$$

Denne gir oss nivået på $r$ ved endringer i de eksogene variablene, og sier at landrenten blir bydd opp helt til profitten er lik null.

Med (6) og (7) kan vi bestemme hva s og r ved endringer i de eksogene variablene.

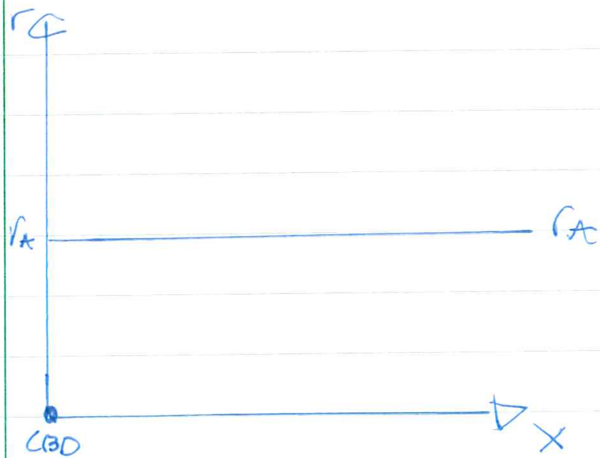
$$r = r(\underbrace{x, t, y, u}_{\text{Gjennom } p}, i)$$

$$s = s(x, t, y, u, i)$$

Fra starten av oppgaven så vi at $p = p(x, t, y, u)$. Det vil si at $r$ blir bestemt gjennom effekten de eksogene variablene har på prisnivået.

For å bestemme bygrensa trenger vi at $r = r_A$. Altså at boligbyggere som betaler $r$ til landeiere, og bønder som betaler $r_A$ til landeiere, må overby hverandre om land. Når $r = r_A$ får vi bestemmelsen av bygrensa.

$r_A$ er en eksogen konstant, som i $x, r$-diagrammet ser slik ut:




For å finne $\bar{x}$, og dermed bystørrelsen må vi undersøke hvordan $r$ varierer med avstand fra CBD.

Bruker da $r = ph(s) - is$ og differensierer mhp. $r$, $s$ og $x$.

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial x} h(s) + p\, h'(s) \frac{ds}{dx} - i \frac{ds}{dx}$$

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{ds}{dx}\underbrace{(ph'(s) - i)}_{=0 \text{ fra } (6)} + \frac{dp}{dx}h(s)$$

Får da:

$$\boxed{\frac{dr}{dx} = \frac{dp}{dx}h(s) = \div\frac{t}{q}\overset{+}{h}(s) < 0}$$

$\frac{dp}{dx}$ har vi funnet tidligere. Setter inn.

Ser at landrenta (prisen på land for boligbyggerne) faller jo lenger unna CBD man beveger seg. Dette er intuitivt da vi tidliger så at prisnivået faller med avstand. Dette gir lavere inntekter for boligbyggerne (leieinntekter), noe som fører til at det er mer attraktivt å bygge nært CBD, og mindre gunstig jo lenger unna man kommer. For at boligbygger skal kunne bygge ~~xxx~~ langt unna CBD, må prisen på land, r, settes ned slik at boligbyggernes kostnader ikke overstiger inntektene.
⇒ fallende r-kurve, med avstand x.

Hva med krumningen?

$$\frac{\partial r^2}{\partial x^2} = \frac{\overset{+}{d^2p}}{dx^2}\cdot\overset{+}{h}(s) + \overset{+}{h'}(s)\frac{\overset{?}{ds}}{dx}\cdot\frac{dp}{dx}$$

På side 4 har jeg vist at $\frac{d^2p}{dx^2} > 0 \Rightarrow$ priskurven er konveks.

$\frac{ds}{dx}$, altså hvordan strukturell tetthet endres med avstand. Finner fra (6):

(6) $p h'(s) = i$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dx} h'(s) + p h''(s) \frac{ds}{dx} = 0$$

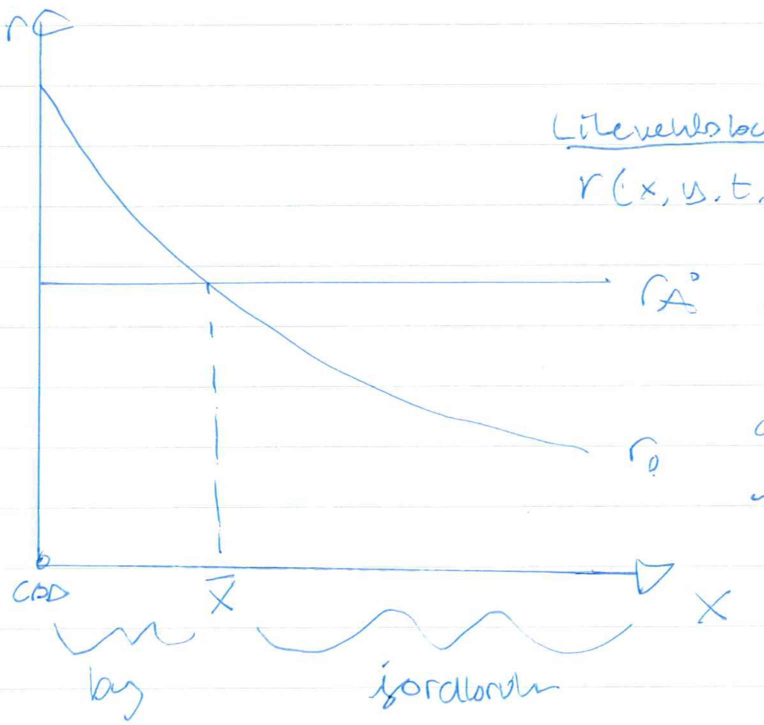
$$\Rightarrow \frac{ds}{dx} = \div \overset{\div}{\frac{dp}{dx}} \cdot \frac{\overset{+}{h'(s)}}{\underset{\div}{p h''(s)}} < 0$$

neg pga. avtakende skala.

Strukturell tetthet faller med x.

Kan da se at

$\frac{\partial r^2}{\partial x^2} > 0 \Rightarrow$ konveks landrentekurve.




Likevektsbetingelse I:

$r(x, y, t, u, i) = r_A$ (I)

Til sitt $r_A, y, t, u$ og $i$ vil byens størrelsen bestemmes der $r_0 = r_A^0$, og dette gir bygrensen $\bar{X}$.

Kandidat nr./Candidate no. 10017

Dato/Date: 9.12.2016 Side/Page: 11

Emnekode/Subject SØK 3524 Antall ark/Number of pages: 35

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Innenfor $\bar{X}$ vil boligbyggerne overby bøndene, slik at ~~dette~~ landet her blir leid ut til boligbyggere. Utenfor $\bar{X}$ er $r_A > r$, og dette er jordbruksområdet.

For å se på hva som bestemmer befolkningsøkningen ser vi på hvordan bef.strl $L$ er gitt.

$\theta$ – antall radianer av linjen med boligbygging fra $\bar{X}$ til CBD.

$0 < \theta < 2\pi$

Befolkningen på en ring rundt CBD med radius $x$ og bredde $dx$ er gitt ved:

$\theta x \cdot D(x, t, u, i, y) \cdot dx$, der $D$ er befolkningstettheten.

Befolkningen er da gitt ved:

$$L = \int_0^{\bar{X}} \theta x \cdot D(x, y, t, u, i) \cdot dx \quad (\text{II})$$

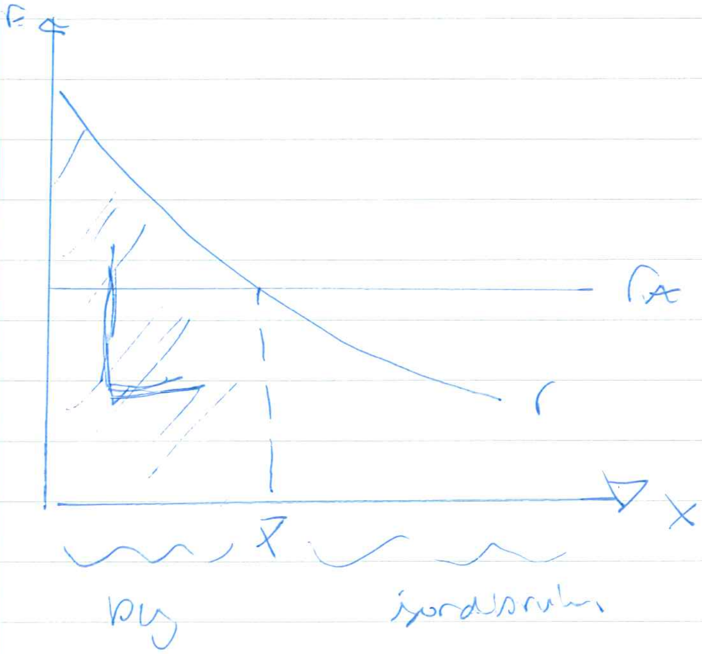
Dette er likevektsbetingelse 2, der hele befolkningen må få plass innå byen.

Videre har vi at tettheten er gitt ved antall $m^2$ boligareal per mål, $h(s)$, delt på $m^2$ per leilighet $q$. $D = \frac{h(s)}{q}$

Den gule kopien beholder du/Please keep the yellow page

Fagtrykk Trondheim AS 05.2014

De bestemmende faktorene for bystørrelse og befolkningsstørrelse er nå vist. Har vist hvordan bystørrelsen og bybefolkningen bestemmes.




I : $r(x, t, u, y, i) = r_A$ ⇒ bystørrelse

II : $L = \int_0^{\bar{x}} \theta x \cdot D(x, t, u, y, i) \cdot dx$ ⇒ befolkning.

Endringer i eksogene variable som y, t og $r_A$ vil påvirke likevektsbetingelsene, gjennom r og $r_A$ i I og gjennom D og $\bar{X}$ i II.

Kandidat nr./Candidate no. 10017

Dato/Date: 9.12.2016 Side/Page: 13

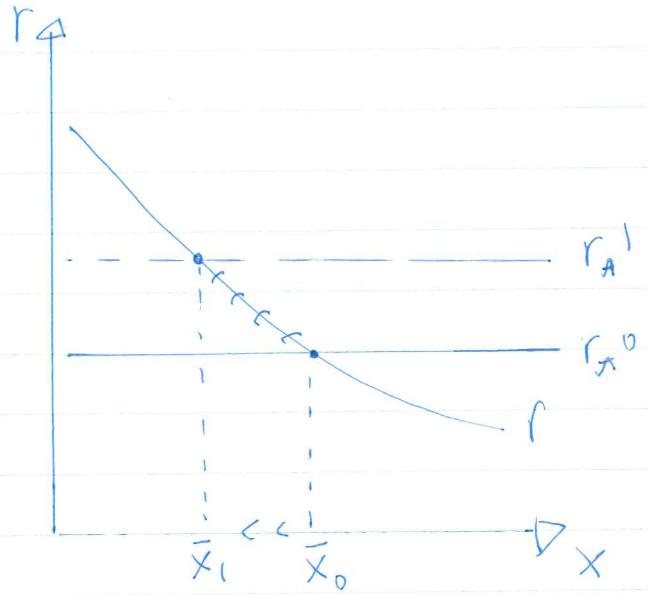
Emnekode/Subject: SØK 3528

Antall ark/Number of pages: 35

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$r_A$?




Et skift i jordbrukets lønnsomhet (bøndene kan produsere høyere inntekter (bedre redskaper/maskiner f.eks)), vil skifte kurven for $r_A$ fra $r_A^0 \rightarrow r_A'$, ($r_A' > r_A^0$).
Dette gjør at boligbyggerne blir overbydd av bøndene i området (mellom $\bar{X}_1$ og $\bar{X}_0$) som før var by. Landeierne velger nå å leie ut dette til bønder.
Dette gjør at byen minker i størrelse.
På grunn av migrasjonslikevekt vil en mindre by gi høyere etterspørsel etter bolig, noe som reduserer nytten til innbyggerne. Fordi det finnes andre byer med nå høyere nytte vil en del av befolkningen migrere ut av byen til $V = \bar{u}$.
For den $L\downarrow$. Tettheten vil bli større, men $\bar{X}\downarrow$ dominerer slik at $L\downarrow$.

Kunne vist dette analytisk, men tar lang tid, og usikker på hvor mye du vil ha her.
Effekt av bosly vil skifte r inn ned og ut.

Den gule kopien beholder du/Please keep the yellow page

Fagtrykk Trondheim AS 05.2014

$y\uparrow \Rightarrow u\uparrow \rightarrow p\uparrow \rightarrow u\downarrow$
$L\downarrow \; L\uparrow\nearrow$

$y\uparrow \Rightarrow \bar{x}\uparrow , L\uparrow$

---

$t\uparrow \rightarrow u\downarrow \rightarrow p\downarrow \rightarrow u\uparrow$
$L\downarrow \; L\downarrow\nearrow$

$t\uparrow \Rightarrow \bar{x}\downarrow , L\downarrow$

---

b) Urban sprawl.

Skal her se på to markedsfeil.

∘ Crowding / kødannelse
∘ Alternativkostnad ved land som åpent landskap.

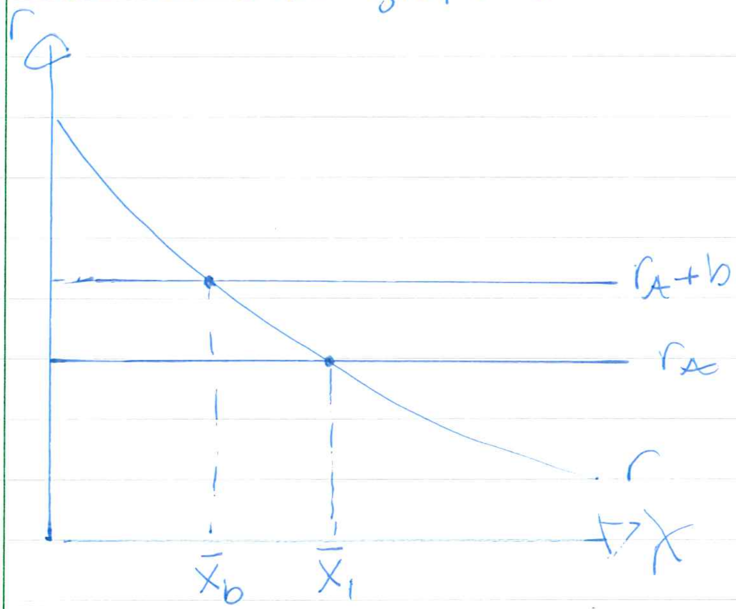
Urban sprawl: byutvidelse, ofte til forstader der det er lite jobber, noe som gjør at forstaden er økonomisk avhengig av byen.

For en innbygger kan det være lønnsomt å etterspørre bolig langt unna CBD fordi det her er lave boligpriser og store hus. Slik etterspørsel gjør at boligbyggere har insentiver til å bygge ut byen, da det er et potensiale for inntekter til å overstige kostnadene.
Får lav r ved bebyggelse utenfor $\bar{x}$, og folk har insentiver til å bosette seg der.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Ved at for eksempel land har en alternativverdi som åpent landskap vil den faktiske $r_A$ være lavere enn $r_A$ inkludert verdi for åpent landskap, noe som gjør at det blir bygget mer tog på områder der $r$ egentlig er mindre enn $r_A$.

Dette kan vises grafisk:




Med en verdi ved åpent landskap, vil det ifølge sosial planlegger bygges ut til $\bar{X}_b$. Men landeierne tar ikke hensyn til b når han leier ut land til boligbygging. Dette gjør at likevektsbystørrelsen $\bar{X}_1$ er for stor, og vi har et tilfelle av urban sprawl. Landeieren har ikke insentiver til å ta hensyn til b fordi det antas at han ikke bor i byen.

NTNU

Kandidat nr./Candidate no. 10017

Dato/Date: 9.12.2016 Side/Page: 16

Emnekode/Subject SØK 3528 Antall ark/Number of pages: 35

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Når det gjelder kødannelse / crowding ser vi på pendling. En person som velger å kjøre bil til jobb på en allerede tungt trafikkert vei vil skape litt større kødannelse, og sinke alle andre biler litt (mikroskopisk lite). En annen sjåfør vil nesten ikke merke at det kommer en ekstra bil, men total effekten på alle biler er verdt en kommentar.

Alle personer har insentiver til å kjøre bil fordi de ikke merker sin egen kødannelse. Dette skaper en eksternalitet fordi avgjørelsen om å kjøre bil ikke er samf.ok optimal, da samfunnet/byen blir påvirket negativt, men for enkelte personer har det ikke noe å si.

Sosial planlegger bør denne felles kostnaden av en ekstra bil (økning total pendlekost/tidskostnad) i betraktning, noe ikke enkeltpersoner gjør.

Denne kostnaden som ikke er "observerbar" for en ~~[illegible]~~ tilfeldig person ignoreres, noe som gjør at folk fortsatt har insentiver til å flytte ut av kjernen av byen, noe som gjør at byer vokser.

c) Politiske virkemidler: o Skatt på bybebyggelse
o bomavgifter
o Urban growth boundaries.

Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

Den gule kopien beholder du/Please keep the yellow page

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10017

Dato/*Date:* 9.12.2016 Side/*Page:* 17

Emnekode/*Subject* SØK 3528 Antall ark/*Number of pages:* 35

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

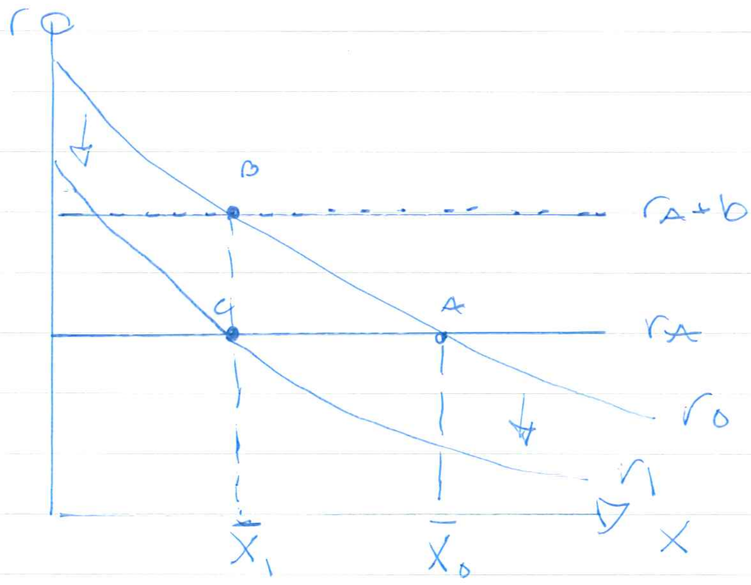
*This column is for external examiner*

Skatt på byutbyggelse

Før da: $r + \tau = r_A$, der $b = \tau$, slik at skatten tilsvarer samfunnsøkonomisk tap ved å ha en open space amenity med verdi b.
Dette vil absorbere den negative eksternaliteten fullstendig.

For skatt: $r = r_A$ for landeiere / boligbyggere
$r = r_A + b$ for sosial planlegger.

Etter skatt: $r - \tau = r_A$ for landeiere
$r - \tau = r_A + b$ for sosial planlegger.




Punkt B: Sosial planleggers løsning der b tas til betraktning
Punkt A: Opprinnelig likevekt, der landeier ikke tar b til betraktning. Gir oss en større by. (for stor).
Punkt C: Ny landrentekurve med en skatt på boligbygging, slik at landeieren må tilby lavere landrente $r_1$ ved samme lokasjon som før.

NTNU

Kandidat nr./Candidate no. 10017

Dato/Date: 9.12.2016 Side/Page: 18

Emnekode/Subject SØK 3528 Antall ark/Number of pages: 35

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

I punkt C er eksternaliteten internalisert, og byen har blitt mindre. Det tas her hensyn til, med en skatt $\tau = b$, og man skulle tro at innbyggerne ville komme dårligere ut pga mindre by, men de kommer faktisk bedre ut, fordi de nå får ekstra nytte altså ved b. Byrden av skatten faller på landeierne, som nå må ta til takke med mindre profitt.

For problemet med kødannelse kan det innføres en bomavgift for bruk av bil. Så lenge denne bomavgiften er akkurat like stor/dekker de totale kostnadene ved kødannelse, vil eksternaliteten internaliseres. For person $i$ vil bomavgiften bli satt til den ekstra kostnaden hun påfører byen i form av ekstra/redusert arbeidstid. Grafisk vil det være identisk med $r_A$ slik som på forrige side. Vil altså få samme $\bar{x}$ altså ved $\bar{x}_1$ (fra $\bar{x}_0$), fordi folk nå vil ha redusert insentiver til å bo langt unna CBD fra pendlekostnadene er store. Dette gjør at boligbyggerne velger å bygge nært CBD i stedet for å utvide byen; da dette ikke gir god nok avkastning.

Urban growth boundaries

En grense $\bar{X}^*$ settes, og utbygging utenfor denne er forbudt. Ved en alternativverdi for land som åpent landskap, vil UGB ha samme effekt som en skatt $\tau = B$ som vi så på i stad.

Den gule kopien beholder du/Please keep the yellow page

Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

UGB "behandler" årsaken til eksternaliteten/spraul, altså større bys (direkte effekten), mens de to andre virkemidlene behandler symptomene (fordi at man ikke tar hensyn til alternativverdien / samfunnsøkonomisk kostnad).

UGB vil ikke løse problemet med kødannelse, da løsningen her var å få folk til å flytte til sentrum. Med UGB og kødannelse vil fortsatt samfunnskostnaden av å velge å kjøre bil til jobb være til stede.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Oppgave 2

Labor pooling / risikodeling

Skal se på et tilfelle med to lokale arbeidsmarkeder og hvordan alloweringen av bedrifter og arbeidere blir når bedriftene står overfor bedriftsspesifikke produktivitetssjokk.
Først skal jeg finne to uttrykk. Et for forventet lønn i arbeidsmarkedet, og ett for forventet profitt for bedriftene.
Bruker så disse uttrykkene til å undersøke likevekten mellom arbeidsmarkedene.

$n$ - antall bedrifter

Produktfunksjon for bedrift $h$:

$$(1) \quad y(h) = [\beta + \varepsilon(h)]\, l(h) - \frac{1}{2}\gamma [l(h)]^2$$

$y(h)$ - produksjon av det homogene godet i bedrift $h$.
$\beta$ - produktivitet
$\varepsilon(h)$ - bedriftsspesifikt produktivitetssjokk $[-\varepsilon, \varepsilon]$
$N \sim (0, \sigma^2)$ snitt 0 og varians $\sigma^2$
$l(h)$ - bruk av arbeidskraft i bedrift $h$.
$\gamma$ - parameter som måler graden av avtagende skala-avkastning mhp arbeidskraft. Arb.kr er eneste input.

Bedriftene ansetter arbeidere før bed. spes. produktsjokk inntreffer.
Videre har vi at lønna i bedrift h er gitt ved arbeidernes marginalprodukt:
Finner dette ved å derivere produktfunksjonen mhp arbeidskraft i bedriften.

(2) $$\frac{\partial y(h)}{\partial l(h)} = \beta + \varepsilon(h) - \gamma l(h) = w$$

w - nominell lønn.

Videre summerer vi opp MPL (lønna), og deler på antall bedrifter n. Finner da gjennomsnittslønna.
Bruker også at $\frac{1}{n}\sum_{h=1}^{n} l(h) = \frac{L}{n}$, der L er total arbeidsstyrke i sektoren.

konstant

(3) $$w = \beta + \frac{1}{n}\sum_{h=1}^{n} \varepsilon(h) \div \gamma \frac{L}{n}$$

Tar vi forventningen til (3) vil $\frac{1}{n}\sum_{h=1}^{n} \varepsilon(h)$ forsvinne fordi den har snitt lik null.

(4) $$\boxed{E(w) = \beta - \gamma \frac{L}{n}}$$

Forventet lønn i sektoren har følgende egenskaper:
$L\uparrow \Rightarrow E(w)\downarrow$. $\Rightarrow$ til gitt antall bedrifter vil en økning i antall arbeidere i sektoren bety flere arbeidere i hver bedrift. På grunn av avtakende skalaavkastning, vil flere arbeidere i bedriften bety at marginalproduktet av arbeidskraft (MPL) falle. Vi har at w = MPL, derfor faller også forventet lønn med arbeidsstyrken (til gitt n).

NTNU

Kandidat nr./Candidate no. 10012

Dato/Date: 9.12.2016 Side/Page: 22

Emnekode/Subject: Søk 3528 Antall ark/Number of pages: 35

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$n\uparrow \Rightarrow E(w)\uparrow$ : Dette har motsatt tolkning. Til gitt L vil $n\uparrow$ gi færre arbeidere i hver bedrift, noe som gir lavere produksjon, men høyere lønn. MPL↑.

$\gamma$ : Graden av avtakende skalautbytte har en negativ sammenheng med forventet lønn. Til gitt $L/n$-ratio vil større grad av avtakende skalautbytte forsterke den negative effekten fra $L/n$ på forventet lønn.

$\beta$ : Økt produktivitet øker mpl og derfor forventet lønn.

Skal nå finne et uttrykk for forventet profitt:

Bedriftens profitt er gitt ved:

$$\pi(n) = y(n) - w\ell(n)$$

Profitten er produksjon av det homogene godet (ganger prisen som er 1), minus kostnaden ved den ene innsatsfaktoren arbeidskraft, lønna.

Setter inn for $y(n)$ fra (1), og for $w$ fra (2):

$$\Pi(n) = [\beta - \varepsilon(n)]\ell(n) - \frac{1}{2}\gamma\ell(n)^2 - \ell(n)[\beta - \varepsilon(n) - \gamma\ell(n)]$$

$$\Pi(n) = \underbrace{\beta\ell(n) - \varepsilon(n)\ell(n)}_{\text{strykes}} - \frac{1}{2}\gamma\ell(n)^2 \underbrace{- \ell(n)\beta + \ell(n)\varepsilon(n)}_{\text{strykes}} + \gamma\ell(n)^2$$

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

$$\pi(h) = -\frac{1}{2}\gamma l(h)^2 + \frac{1}{2}\gamma l(h)^2$$

$$\pi(h) = \frac{1}{2}\gamma\, l(h)^2$$

Setter så inn for $l(h)$ fra (2): løser ut for $l(h)$

(2) $w = \beta + \varepsilon(h) - \gamma l(h)$

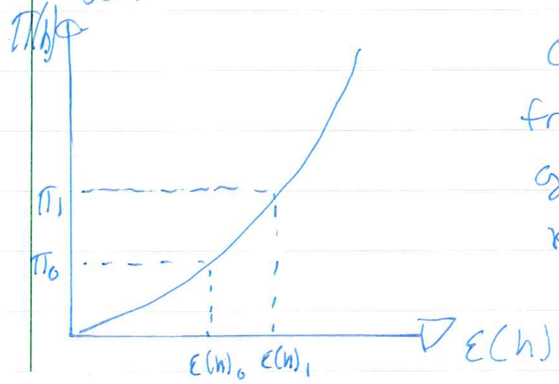
$$l(h) = \frac{\beta + \varepsilon(h) - w}{\gamma}$$

Setter inn i profittuttrykket:

$$\pi(h) = \frac{1}{2}\gamma \cdot \frac{(\beta + \varepsilon(h) - w)^2}{\gamma^2}$$

$$\boxed{\pi(h) = \frac{(\beta + \varepsilon(h) - w)^2}{2\gamma}} \quad (5)$$

Ser fra denne at profitten er konveks i den bedriftsspesifikke prod.-forholdet $\varepsilon(h)$, og i lønna $w$.




Økningen i produktivitetsforholdet fra $\varepsilon(h)_0 \to \varepsilon(h)_1$ ($\varepsilon(h)_0 < \varepsilon(h)_1$) gjør at profitten øker mer enn proporsjonalt.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Bruker (5) og tar forventningen til den:

Har at: $Var(X) = E[X^2] - [E(X)]^2$

$$E[X^2] = [E(X)]^2 + Var(X) \quad (\alpha)$$

I vårt tilfelle er (5) X, og vi ønsker å ta forventningen til denne $\Rightarrow E[X^2]$.

$$(6) \quad E(\pi) = \frac{[\beta - E(w)]^2 + Var(\varepsilon(n) - w)}{2\gamma}$$

Har her brukt ($\alpha$) på (5):

Vil nå finne et uttrykk for $E(\pi)$ som ser litt penere ut. Finner da $E(w)$ og $Var(\varepsilon(n) - w)$, der $Var(\varepsilon(n) - w)$ er gitt ved:

$$Var(\varepsilon(n) - w) = Var(\varepsilon(n)) + Var(w) \div 2Cov[\varepsilon(n), w]$$

$$E(w) = E\left(\beta + \frac{1}{n}\sum_{h=1}^{n} \varepsilon(h) - \gamma\frac{L}{n}\right) = \beta - \gamma\frac{L}{n}$$
$\Rightarrow$ fra (4).

$$Var[\varepsilon(n)] = \sigma^2$$

$$Var(w) = Var\overbrace{\left(\beta + \frac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}\varepsilon(h) - \gamma\frac{L}{n}\right)}^{\text{satt inn for } w \text{ fra (3).}}$$

$$\Rightarrow Var(w) = Var\left(\frac{1}{n}\sum_{h=1}^{n}\varepsilon(h)\right)$$

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
*This column is for external examiner*

$$Var(w) = \frac{1}{n^2} \cdot n \cdot \sigma^2 = \frac{1}{n} \cdot \sigma^2$$

$$Cov(\varepsilon(h), w) = \frac{1}{n}\sigma^2$$

Får da at:

$$Var(\varepsilon(n) - w) = \sigma^2 + \frac{\sigma^2}{n} - \frac{2\sigma^2}{n}$$

$$= \sigma^2\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$\boxed{Var(\varepsilon(h) - w) = \sigma^2\left(\frac{n-1}{n}\right)}$$

Setter det vi har funnet inn i (b):

$$E(\pi) = \frac{\left[\beta - \left(\beta - \gamma\frac{L}{n}\right)\right]^2}{2\gamma} + \sigma^2 \cdot \frac{n-1}{n}$$

$$E(\pi) = \frac{\left(\beta - \beta + \gamma\frac{L}{n}\right)^2}{2\gamma} + \frac{\sigma^2}{2\gamma} \cdot \frac{n-1}{n}$$

$$E(\pi) = \frac{\gamma^2}{2\gamma}\left(\frac{L}{n}\right)^2 + \frac{\sigma^2}{2\gamma}\cdot\frac{n-1}{n}$$

$$\boxed{(7)\ E(\pi) = \underbrace{\frac{\gamma}{2}\left(\frac{L}{n}\right)^2}_{\text{Profitt uten sjokk}} + \underbrace{\frac{\sigma^2}{2\gamma}\cdot\frac{(n-1)}{n}}_{\text{labor pooling effekt.}}}$$

(7) gir oss forventet profitt for en bedrift som står overfor produktivitetssjokk med varians $\sigma^2$.

Venstre side av profittuttrykket:

Dette er profitten ved fravær av produktivitetssjokk. ⇒ Når $\sigma^2 = 0$. Her øker profitten med antall arbeidere i bedriften fordi vi har aut. skalautbytte, og L/n gir lavere lønninger, og derfor økt profitt. Denne effekten forsterkes av graden på avtakende skalautbytte.

Høyre side

Dette gir oss labor pooling-effekten. Profitten er høyest når sjokk er tilstede fordi risikoen deles ved at bedriftene samles i ett lokalt arb. marked.

Ser også at $\frac{\partial E(\pi)}{\partial \sigma^2} > 0$, og at profitten er konveks

NTNU

Kandidat nr./Candidate no. 10017

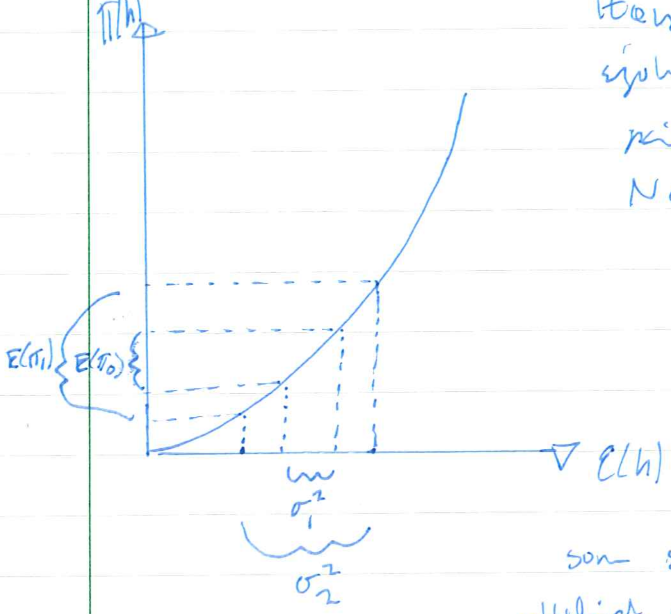
Dato/Date: 9.12.2016 Side/Page: 27

Emnekode/Subject: SØK 3524 Antall ark/Number of pages: 38

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

og øker med variansen til sjokket.




Høyere varians på bedriftsspesifikke sjokk, jo høyere er forventet profitt på grunn av en konveks sammenheng. Når $\sigma^2 \uparrow$ vil fordelen av labor pooling virke sterkere inn på profitten.

Noe jeg har glemt å si er at vi har en parameterrestriksjon som sier sysselsettingen i hver bedrift alltid må være positiv. Ser da for oss et tilfelle der bedrift h opplever et sjokk til $-\varepsilon$, mens alle andre har et pukt et pos. produktivitetssjokk til $\varepsilon$. Dette gjør at uten restriksjoner ville hatt negativ sysselsetting inne for de rammene som er satt så langt. Parameterrestriksjonen sier at graden av avtakende skalaavkastning ikke kan være for liten forhold til størrelsen på $\varepsilon$.

Ser at profitten øker med antall bedrifter gjennom labor pooling effekten, da flere bedrifter (samme lokasjon) betyr større sikkerhet ved sjokk:

$\sigma^2 \uparrow \Rightarrow E(\pi) \uparrow$ ⇒ viktigste i tråd med fra (7).

Bedriftene justerer produksjonen sin med sjokkene.

Den gule kopien beholder du/Please keep the yellow page

b) Skal nå finne en indre likevekt mellom de to lokale arbeidsmarkeder.

Likevektsbetingelse I: $E(w_1) = E(w_2)$

Er denne tilfredsstilt er arbeiderne indifferente mellom hvor de vil arbeide. (indiff. mellom arb. marked 1 og arb. marked 2.

Likevektsbetingelse II: $E(\pi_1) = E(\pi_2)$

Holder denne er bedriftene indiff. mellom marked 1 og marked 2.

WW-kurven

Begynner med å finne likevekten for arbeiderne. Ute etter en isoklinje der strømmen av arbeidere på tvers av arbeidsmarkedene er konstant.

$E(w_1) = E(w_2)$

Setter inn fra (4):

$$\beta - \gamma \frac{L_1}{n_1} = \beta - \gamma \frac{L_2}{n_2}$$

$\Rightarrow \frac{L_1}{n_1} = \frac{L_2}{n_2}$. Vil finne et uttrykk for $\frac{L_1}{L}$ og $\frac{n_1}{n}$

Bruker at $L = L_1 + L_2$ og $n = n_1 + n_2$

$\Rightarrow$ er kun disse to arb.markedene i sektoren.

$$n_1 = \frac{L_1}{L_2} \cdot n_2$$

$$n_1 = \frac{L_1}{L_2} \cdot (n - n_1) \Rightarrow n_1 = \frac{L_1}{L - L_1}(n - n_1)$$

$$n_1 = \frac{L_1}{L - L_1} n - \frac{L_1}{L - L_1} \cdot n_1$$

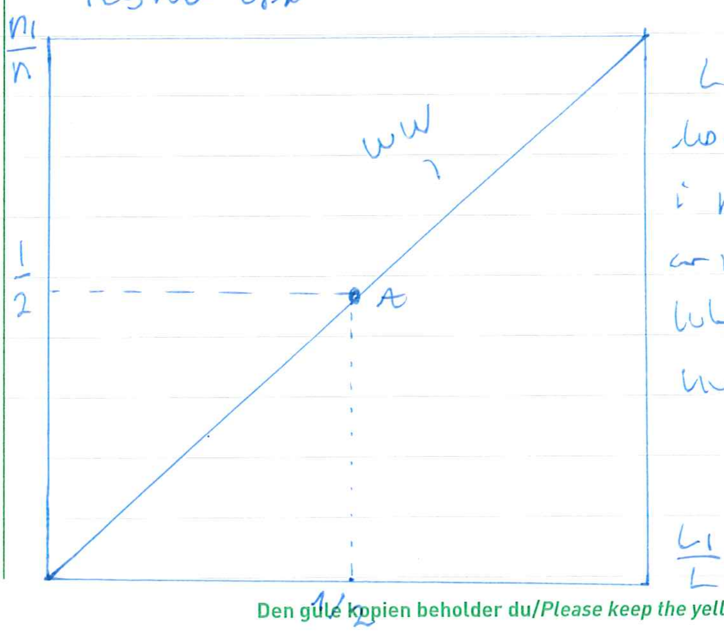
$$n_1 \left(1 + \frac{L_1}{L - L_1}\right) = \frac{L_1}{L - L_1} n$$

$$n_1 \left(\frac{L - L_1 + L_1}{L - L_1}\right) = \frac{L_1}{L - L_1} \Rightarrow n_1 \left(\frac{L}{L - L_1}\right) = \frac{L_1}{L - L_1} n$$

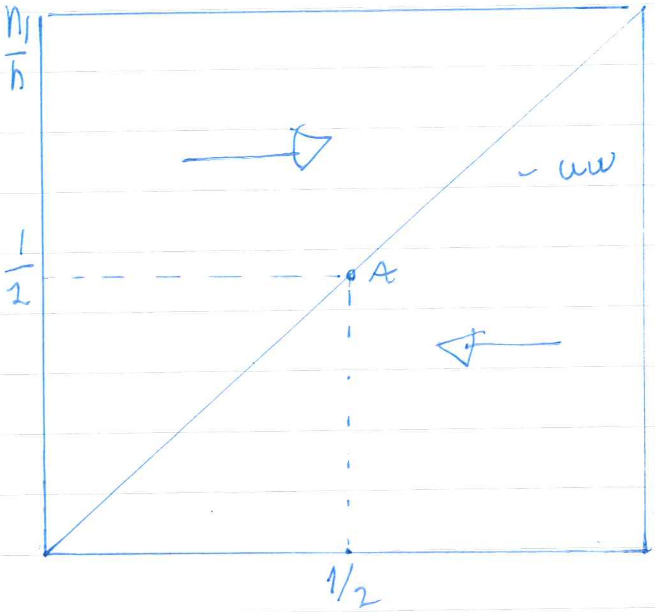
$$n_1 = \frac{L_1}{L} \cdot n \Rightarrow \boxed{\frac{n_1}{n} = \frac{L_1}{L}}$$

Lineær sammenheng som viser indifferens for arbeiderne.

Tegner opp




Langs ww-kurven er lønna lik i begge markeder, og i pkt A er det like mange arbeidere i hver sektor, og like mange bedrifter i hver sektor




<u>Til høyre for ww</u>

Til gitt andel av arbeidere i 1, $L_1/L$ (vilkårlig), vil det være få bedrifter til høyre for ww. (i 1).

Likevekt er gitt ved: $\frac{L_1}{n_1} = \frac{L_2}{n_2}$.

Til høyre vil vi ha $\frac{L_1}{n_1} > \frac{L_2}{n_2}$ fordi til gitt $L_1$ er $n_1$ stor.

Fra (4) $E(w_i) = \beta - \gamma \frac{L}{n}$ ser vi at dette impliserer at $E(w_1) < E(w_2)$, slik at vi vil få en strøm av arbeidere til arbeidsmarked 2, da lønna er høyere her.

⇒ Går $\frac{L_1}{L} \downarrow$ ⇒ ← i diagrammet.

<u>Til venstre for ww</u>: Her vil vi til gitt nivå av $L_1/L$ ha høy $n_1/n$.

Får da $\frac{L_1}{n_1} < \frac{L_2}{n_2}$ ⇒ $E(w_1) > E(w_2)$

⇒ strøm av arbeidere til arb.marked 1.

$\frac{L_1}{L} \uparrow$ ⇒ → i diagrammet.

Vil alltid gå mot lik lønn i begge markeder.

FF-kurven

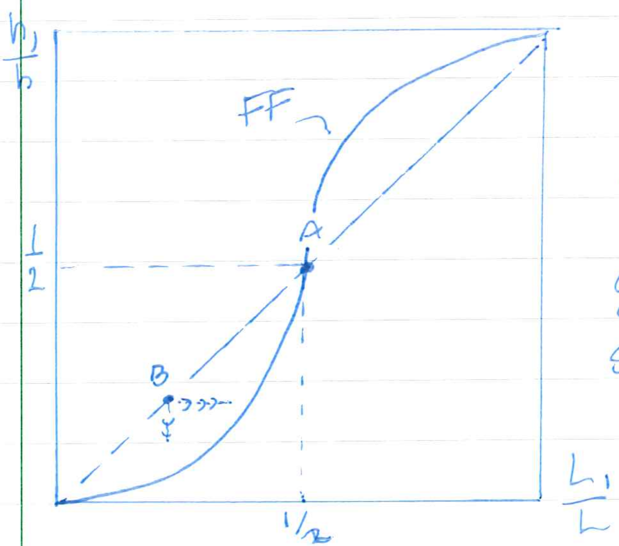
Bruker (7):

$E(\Pi_1) = E(\Pi_2)$

(a) $\Rightarrow \boxed{\frac{\gamma}{2}\left(\frac{L_1}{n_1}\right)^2 + \frac{n_1-1}{n_1}\frac{v^2}{2\delta} = \frac{\gamma}{2}\left(\frac{L_2}{n_2}\right)^2 + \frac{n_2-1}{n_2}\frac{v^2}{2\delta}}$

Denne vil holde symmetrisk likevekt (lik lønn og profitt i begge markeder) i kun ett punkt, Punkt A.

Hvordan ser FF-kurven ut?




Ser for oss at vi er i punkt B.

Her er $\frac{L_1}{n_1} = \frac{L_2}{n_2}$. Det betyr at vi kan "fjerne disse fra uttrykket" (midlertidig).

Står da igjen med:

$\frac{n_1-1}{n_1} < \frac{n_2-1}{n_2}$

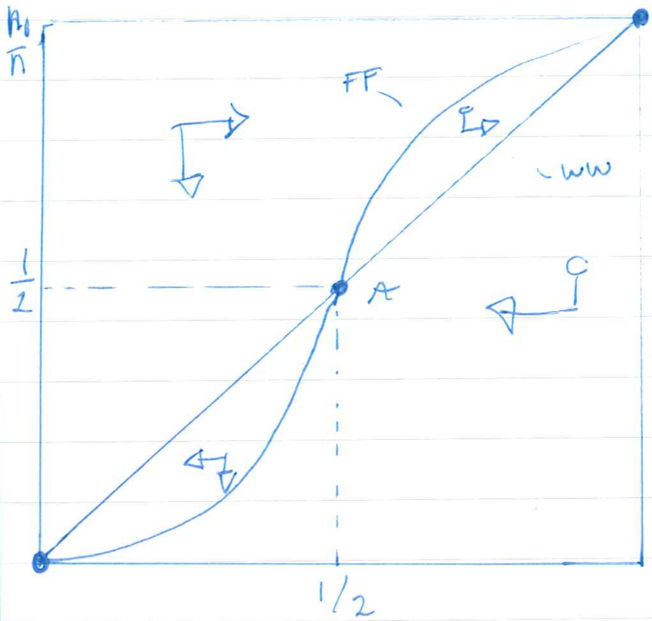
I punkt B vet vi at det er flere bedrifter i marked 2, noe som betyr at profitten er lavere. Må derfor få flere arbeidere til region 1, helt til (a) holder.

$\Rightarrow \frac{L_1}{L}$ øker til vi treffer et punkt der $E(\Pi_1) = E(\Pi_2)$

Økningen som trengs avtar jo lenger opp mot A vi beveger oss. Slik at FF-kurven må være konveks under punkt A

Tilsvarende logikk over punkt A lares [illegible], kurven.

## Dynamikk i samlet system




### Til høyre for FF

Til gitt nivå av $n_1/n$ (et vilkårlig nivå), vil $L_1/L$ være høy. Dette gjør at $E(\Pi_1) > E(\Pi_2)$, som vi kan se fra (*).

$\frac{L_1}{L}$ ↑ Det betyr at arb.marked 1 tiltrekker seg bedrifter, da det er mulig å øke profitt her. ⇒ $\frac{n_1}{n}$ ↑ til høyre for FF isoklinen

### Til venstre for FF

Vilkårlig $n_1/n$-nivå ⇒ lav verdi på $L_1/L$. Dette gir få arbeidere i sektor 1, derfor høy lønn her og lav profitt. Dette gir lav lønn og høy profitt i arb.marked 2.

$n_1/n$ ↓ til venstre for FF. Bedriften drar til arbeidsmarked 2.

Symmetrisk likevekt i A, der det er like mange arbeidere og bedrifter i hvert marked, samtidig som lønn og profitt er lik. Dette er en likevekt, men den er ustabil. Dette er et sadelpunkt, og denne likevekten vil vi kun ende opp i dersom vi kommer inn på sadelbanen, og det samtidig ikke er noen endringer i allokeringer i raten mellom arbeidere og bedrifter i hvert marked.

NTNU

Kandidat nr./Candidate no. 10017

Dato/Date: 9.12.2016 Side/Page: 33

Emnekode/Subject SØK 3528 Antall ark/Number of pages: 35

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Ved f.eks et produktivitetssjokk, som skaper en reallokering av arbeidere, eller andre sjokk, vil vi bevege oss mot en av hjørneløsningene og ende opp med alle bedriftene og alle arbeiderne i ett stort arbeidsmarked.

Dette på grunn av labor pooling, som er fordelen ved å være konsentrert sammen med andre "like" bedrifter når man står ovenfor usikkerhet med bakke på produktivitet.

Dette viser et godt eksempel på agglomerasjonseffekter, nettopp ved at risikoen ved sjokk deles mellom alle bedriftene i arbeidsmarkedet.



Fagtrykk Trondheim AS 12.2015

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Oppgave 1

d)

Lav avkastning på land nært $\bar{X}$.

Dette henger sammen med at etterspørselen her er lav. Etterspørselen etter bolig. Dette kommer av pendlekostnader. Innenfor modellen har vi ikke bidskostnader, men selv uten vil pendlekostnaden være høyere ved bygrensen. Når dette er tilfelle må prisene falle for at migrasjonslikevekten (lik nytte) skal holde, fordi prisene er etterspørselsbestemt. Dette gjør at insentivene til boligbyggere er mindre jo lenger unna CBD man kommer. For at de i det hele tatt skal bygge der, må de kompenseres med lav landrente (landeierne setter r ned). Denne "prosessen" skjer helt til $r = r_A$; der byen går over til å være jordbruk.

Grunnen til at $r_A$ i det hele tatt er lavere enn r grunn av insentivene ved å bo i by; agglomerasjonseffekter. Det å klynge seg sammen til det vi kaller byer er optimalt fordi vi får lavere kostnader og økt skalaavkastning på grunn av læring, deling og matching. Dette gjør at landeier kan ta mer for enn flekk jord i en by, enn midt ute på landet. Folk har større insentiver til å bo i by enn på landet, noe som gjør at de er villige til å betale for det.

Agglomerasjonseffekter finnes ikke der det ikke er mennesker, og derfor vil $r_A$ være lav, og r høy.

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10017

Dato/*Date:* 9.12.2016 Side/*Page:* 35

Emnekode/*Subject* Søk 3526

Antall ark/*Number of pages:* 35

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

*This column is for external examiner*

Samfunnsøkonomisk er det optimalt med byer på grunn av effektiviteter og tilhørende agglomerasjonseffekter. Derfor er det også sosialt optimalt med høy avkastning på land i byer. Hadde det ikke vært det ville ikke byer finnes.

~~Det at det er lav avkastning på land nær byer~~ er jo etterspørselsbestemt

Lav avkastning utenfor byer betyr fort at byer vokser seg for store. Dette er ikke samfunnsøkonomisk optimalt. Man forbinder kompakte byer som mer effektive, og byer som har lav "agglomerasjon per mål" (stor utbredelse, lite humankapital per mål) som mindre effektive. Lav landrente ved bygrensen kan gjøre at man får slumområder, slik som Rio de Janeiro og store Afrikanske byer (Mogadishu).

Slum er ikke sosialt effektivt, og tiltak for å redusere slum blir brukt/kan brukes. Boligsubsidier, UGB.



Fagtrykk Trondheim AS 12.2015