TNU

Kandidat nr. / *Candidate no.* 10029

Dato / *Date* 03/12-18 Side / *Page* 1

ubject: SØK1002

Antall ark / *Number of pages:* 14

kolonne er holdt sensor

olumn is for nal examiner

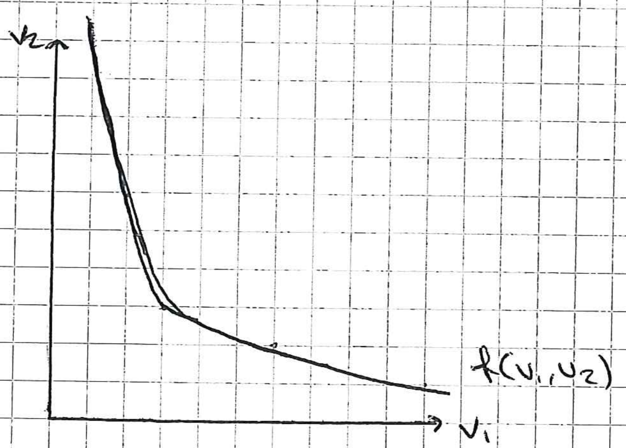
Oppgave 1

Bedrift. produktfunk $y = f(v_1, v_2)$

a) Marginalproduktiviteten til innsatsfaktorene v_1 og v_2 beskriver den relative økningen i produsert produkt når v_1 og v_2 hhv. øker med 1%.

Marginalproduktiviteten er normalt positiv, men (økende) avtagende. Dette kommer av at økningen i innsatsfaktorer i starten av en produksjon vil være svært betydningsfull. En økning fra én til to ansatte har mye mer innvirkning enn en økning fra 99-100.

b) Isokvanten er en grafisk fremstilling av produktfunksjonen for en konstant y. Den illustrerer alle ulike kombinasjoner av innsatsfaktorene som gir samme y. Dermed vil alle punktene på denne kurven gi det samme ferdigproduserte mengden. For ulike verdier av y, vil isokvantene legge seg innover/utover i diagrammet



Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

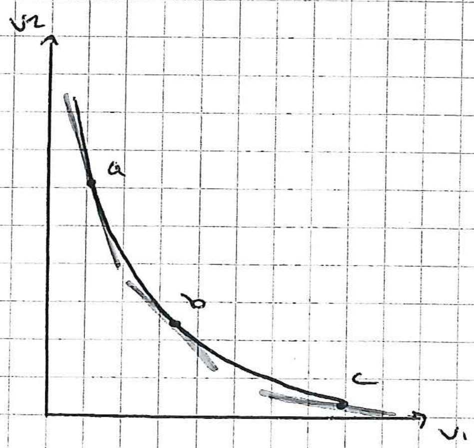
forts. Oppgave 1

c) Den tekniske substitusjonsbrøken (TSB) er tallverdien på helningen i isokvanten. Denne varierer over kurven for konstant Y.

TSB defineres som endringen i produktfunk mhp innsatsfaktor 1 over endringen i produktfunk mhp innsatsfaktor 2.

$$TSB = \frac{f_1'(V_1, V_2)}{f_2'(V_1, V_2)}$$

Dette betyr at det er den relative ettersp. etter innsatsfaktor én i forhold til ettersp. av innsatsfaktor 2. Har en mye av 2 vil en være villig til å bytte mye 2 for litt 1, og motsatt.



De rosa linjene markerer TSB i punktene a, b, c.

NTNU

Kandidat nr. / *Candidate no.* 10029

Dato / *Date* 3/12-18 Side / *Page* 3

Emnekode / *Subject:* SØK1002

Antall ark / *Number of pages:* 14

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

forts. Oppgave 1

d) Produserer $\bar{Y}$. Pris i produktmarked, P
Pris på produksjonsfaktorer, w_1, w_2

For å minimere kostnadene brukes Lagrange for å optimere. Dette krever produksjonsfunk og kostnadsfunk. Sistnevnte er gitt ved

(i) $C_1 = w_1 v_1 + w_2 v_2$

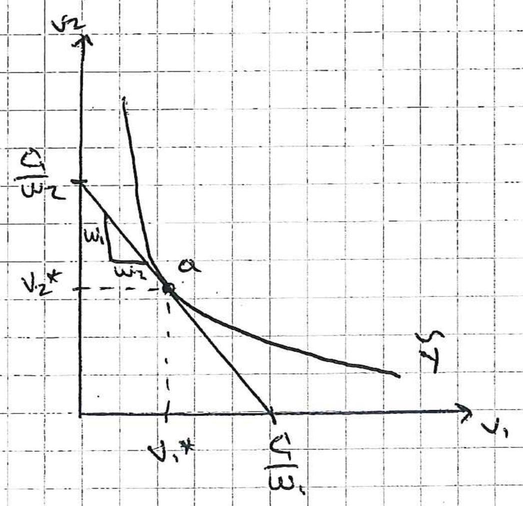
Løses denne mhp v_2, finnes en løsn for isokostkurven. Gitt produktfunksjonene og prisene på dem, illustrerer isokostkurven mulige kombinasjoner av produksjon.

(ii) $v_2 = \frac{C_1}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} v_1$

Her er helningen gitt ved $-\frac{w_1}{w_2}$ på isokostkurven. Ved optimering (min. kost.) er det ønskelig å finne produksjonen hvor isokvanten tangerer isokostkurven. Dette skjer i punktet hvor TSB er lik heln. på isokostkurven. Vi har tangeringsbetingelsen.

(iii) $TSB = -\frac{w_1}{w_2}$

Den andre betingelsen for kostnadsminimering er at $\bar{Y}$ må være innenfor mulighetsomr. for produksjon gitt (ii). Det optimale her er langs randen på isokostkurven.



Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

forts. Oppgave 1

d) Lagrangeligningen: $\mathcal{L} = C(\hat{y}) - \lambda(f(v_1, v_2) - \hat{y})$

$$\mathcal{L} = w_1 v_1 + w_2 v_2 - \lambda(f(v_1, v_2) - \hat{y})$$

Partiellderiverer denne mhp hhv. v_1, v_2, λ. Setter lik null for å finne ekstremalpunkt i optimeringen.

(iv) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v_1} = w_1 - \lambda f_1'(v_1, v_2) = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{w_1}{f_1'(v_1, v_2)}$

(v) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v_2} = w_2 - \lambda f_2'(v_1, v_2) = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{w_2}{f_2'(v_1, v_2)}$

(vi) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -f(v_1, v_2) + \hat{y} = 0 \Rightarrow \hat{y} = f(v_1, v_2)$

Av (iv) og (v) settes $\lambda_1 = \lambda_2$

(vii) $\frac{w_1}{f_1'(v_1, v_2)} = \frac{w_2}{f_2'(v_1, v_2)} \Rightarrow \frac{w_1}{w_2} = \frac{f_1'(v_1, v_2)}{f_2'(v_1, v_2)} = TSB$

Har ved dette oppfylt betingelsen for tangering med TSB og ser at vi befinner oss på randen av kostnadsfunksjonen (isokost kurven).

Sammen med (vi), vil (vii) beskrive ettersp. funk til hver av produksjonsfaktorene v_1, v_2.

$$v_1^* = v_1(w_1, w_2, \hat{y})$$

$$v_2^* = v_2(w_1, w_2, \hat{y})$$

Har i denne oppgaven antatt at bedriften ønsker å profittmaksimere og at

$$\pi(\hat{y}) = p\hat{y} - C(\hat{y}), \quad C(\hat{y}) = q \cdot f^{-1}(v_1, v_2)$$

hvor $f^{-1}(v_1, v_2)$ er faktor funk, q er prisen på faktoren.

Kandidat nr. / *Candidate no.* 10029

Dato / *Date* 3/12-18 Side / *Page* 5

Emnekode / *Subject:* SØK1002

Antall ark / *Number of pages:* 14

Denne kolonne er forbeholdt sensor

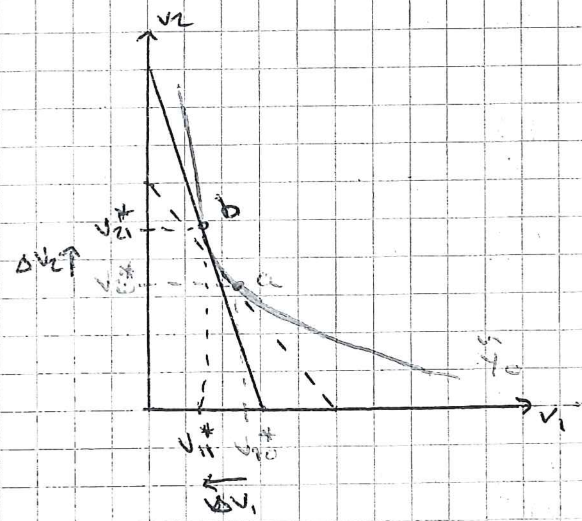
This column is for external examiner

forts. Oppgave 1

e) w_1 øker. Ses på ligen. (ii) fra d).

$$v_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} v_1$$

Når w_1 øker, vil helningen bli brattere. Dette gir et skift i diagrammet hvor mengden v_1 vil minke, $\Delta v_1 < 0$, mengden v_2 vil øke, $\Delta v_2 > 0$.



Siden det blir dyrere for samme mengde v_1, vil bedriften i større grad substituere seg over på bruk av innsatsfaktor v_2.

La oss kalle v_1 arbeidskraft, v_2 realkapital. Da vil en lønnsøkning, $w_1\uparrow$, gjøre bedriften mer kapitalintensiv.

NTNU

Kandidat nr. / *Candidate no.* 10024

Dato / *Date* 3/12-18 Side / *Page* 6

Emnekode / *Subject:* SØK1002 Antall ark / *Number of pages:* 14

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

forts. Oppgave 1

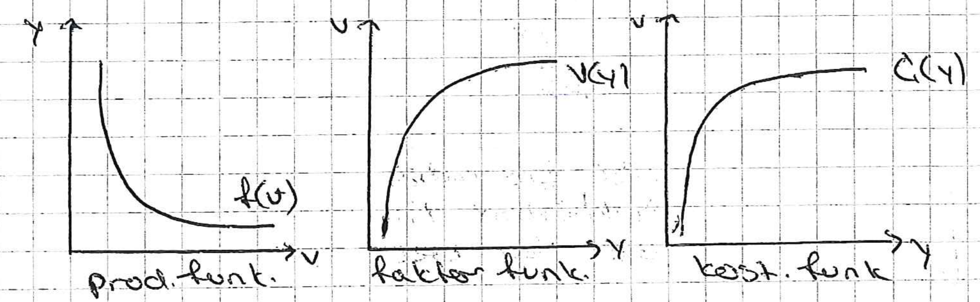
f) Konstant skalautbytte : $kf(v_1, v_2) = f(kv_1, kv_2)$

Ved konstant skalautbytte vil en økning i innsatsfaktorene være proporsjonal med økningen av produsert mengde. Dette gir konstante marginalkostnader for bedriften.

Dette antas for en bedrift som er prisfast kvantumstilpasser på lang sikt

g) Bedriftens kostnadsfunksjon finnes her ved å invertere produksjonsfunksjonen mhp innsatsfaktor (her: v_1, v_2). Dette danner faktorfunksjonen, som avhenger av produsert mengde. Ganges denne med en faktorpris får vi kost.funk.

$$C(y) = q \cdot v(y) \quad , \quad v(y) = f^{-1}(v_1, v_2)$$



h) Har kost.funk $C(y) = q \cdot v(y)$. Gitt konstant skalautbytte vil marginalkostnaden, gitt ved

$\frac{dC(y)}{dy}$, og gjennomsnittskostnaden $\frac{C(y)}{y}$,

være sammenfallende. Dette er fordi: hver ekstra produserte enhet vil koste det samme som den forrige (MC = konstant). Dette gir MC = AC da AC avhenger av endringen i MC.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Oppgave 2.

Husholdnings nyttefunksjon $U = U(x_1, x_2)$, gode x_1, x_2
pris p_1, p_2
innt. m

a) For å finne optimal mengde av x_1 og x_2 når hele inntekten skal brukes, starter jeg med å se på indifferenskurven. Dette er kurver som illustrerer ulike kombinasjoner av x_1 og x_2 som gir den samme nytten U. Disse tegnes utover i et aksesystem hvor høyere nytte tegnes utover i planet (lenger unna origo).

Helningen på indifferenskurvene kan måles i hvert punkt ved den marginale substitusjonsbrøken (MSB). Denne gir en tallverdi av heln. MSB betegnes som den relative endringen i x_1 mhp x_2.

Optimal mengde x_1 og x_2 avhenger også av budsjettlinjen ~~og~~ inkl. m. Budsjettlinjen er gitt ved

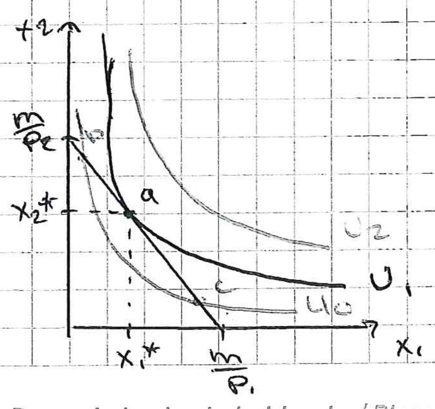
(i) $p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$, og danner mulighetsomr.

til husholdningen. Når hele inntekten brukes vil vi befinne oss på randen av mulighetsomr, på budsjettkurven. Dette er første betingelse.

Den andre betingelsen for optimal mengd x_1 og x_2 går på helningen på budsjettkurven. Løser den for x_2:

(ii) $x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$, her ser vi heln. $-\frac{p_1}{p_2} = MSB$

Vi ønsker oss MSB lik prisforholdet mellom godene. Dette er tangentbetingelsen. Budsjettkurven og indifferenskurven tangerer hverandre ved optimal nytte gitt inntekt.



optimal mengde (x_1^*, x_2^*)

$U_0 < U_1 < U_2$

Punktet a gir optimal nytte. Punktene b og c er også oppnåelige, men gir lavere nytte da de ligger på en lavere indifferenskurve.

Kandidat nr. / *Candidate no.* 10029

Dato / *Date* 3/12-18 Side / *Page* 8

Emnekode / *Subject:* SØK1002 Antall ark / *Number of pages:* 14

Denne kolonne er forbeholdt sensor

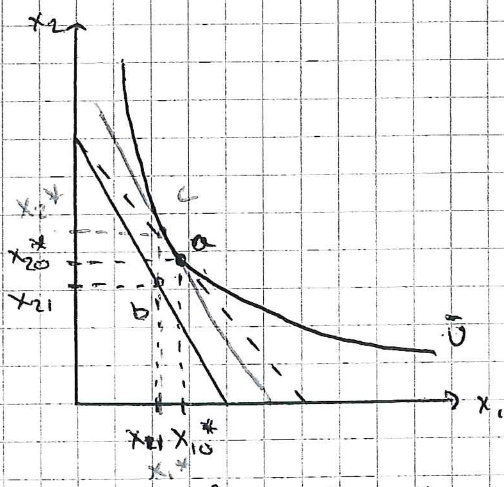
This column is for external examiner

forts. Oppgave 2

b) p_1 øker, p_2 er konstant. Ser på lign (ii) fra a)

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$$

En økning i p_1 gir en brattere helning på budsjettkurven og dermed en minkelse i mulighetsområdet. Dette gjør at husholdningen reduserer bruken av begge godene (gitt at det er normale goder), og at de subsidierer seg over mot x_2.



Ser av grafen at ettersp. etter både x_1 og x_2 reduseres ved den nye budsjettkurven. Dette kommer av inntektseffekten og det synkende mulighetsområdet. (x_{11}, x_{21})

Den rosa kurven er en hypotetisk inntektsøkn etter økningen i p_1 for å illustrere substitusjonseffekten. Her har vi funnet et nytt tangeringspkt, c, med indifferenskurven. Da ser vi at en økning i p_1 gir redusert ettersp. etter x_1 ($x_{10}^* \rightarrow x_1^*$) og en økning i ettersp. etter x_2 ($x_{20}^* \rightarrow x_2^*$). Ser dermed at husholdningen ønsker mer av x_2 som substitutt når prisen på x_1 øker.

Nettoeffekten for Δx_1 er dermed negativ. Mindre ettersp ved prisøkn.

For Δx_2 er den usikker. Det avhenger av om inntektseff. eller prisvridningseff. er dominerende.

forts. Oppgave 2

b) Det er her antatt at både x_1 og x_2 er normale goder. Hadde det vært snakk om inferiøre goder, ville resultatet hvert annerledes.

Hadde x_1 vært ~~mindreverdig~~ Giffengode, ville en økning i p_1 ført til større ettersp etter x_1.

Ved en inntektsreduksjon og x_1 som mindreverdig ville ettersp etter x_1 vært økende.

Det optimale valget etter godene x_1 og x_2 etter prisøkningen er dermed endret til (x_1^*, x_2^*) ved normale goder

NTNU

Kandidat nr. / *Candidate no.* 10029

Dato / *Date* 3/12-18 Side / *Page* 10

Emnekode / *Subject:* SØK1002

Antall ark / *Number of pages:* 14

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

forts Oppgave 2

c) Substitusjonseffekten oppstår ved at prisendring i et gode fører til etterspørselsendring i et annet gode. Dvs at konsument velger å erstatte det opprinnelige godet med et substitutt for å spare penger / ha råd til like mye. Substitusjonseffekten er positiv når konsumenten finner et substitutt, negativ hvis det andre godet er et kompliment til gode 1.

Inntektseffekten er endringen i etterspørsel etter goder ved reduksjon i inntekt. For normale goder ~~vil denne være negativ~~ vil en inntektsreduksjon minke etterspørselen. For mindreverdige goder øker ettersp når inntekten senkes.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

forts. Oppgave 2

$U = (x_1 + a)(x_2 + b) \quad , \quad a, b > 0$

d) Etterspørselsfunksjonene finnes ved Lagrangeoptimering. Denne avhenger av nyttefunksjonen, budsjettligningen og betingelsene for tangering og innenfor mulighetsomr.

$\mathcal{L} = U - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$

$\mathcal{L} = (x_1 + a)(x_2 + b) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$

Deriverer $\mathcal{L}$ mhp x_1, x_2, λ og setter lik null for ekstremalpunkt.

(iii) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = (x_2 + b) - \lambda p_1 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{x_2 + b}{p_1}$

(iv) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = (x_1 + a) - \lambda p_2 = 0 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{x_1 + a}{p_2}$

(v) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = p_1 x_1 + p_2 x_2 - m = 0 \Rightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$

(iii) og (iv): $\lambda_1 = \lambda_2 \Rightarrow \frac{x_2 + b}{p_1} = \frac{x_1 + a}{p_2}$

(vi) $\frac{p_1}{p_2} = \frac{x_2 + b}{x_1 + a} = MSB$, her har vi oppfylt tangentbetingelsen ved at heln på indiff. kurven er lik ~~[illegible]~~ heln på budsjettlign, fra a).

Finner etterspørselsfunksjonene ved (v) og (vi):

(vi): $(x_1 + a) = \frac{p_2}{p_1}(x_2 + b)$

$x_1 = \frac{p_2}{p_1}(x_2 + b) - a$

(v): $p_1\left(\frac{p_2}{p_1}(x_2 + b) - a\right) + p_2 x_2 = m$

$p_2 x_2 + p_2 b - p_1 a + p_2 x_2 = m$

$2 p_2 x_2 = m + p_1 a - p_2 b$

Kandidat nr. / *Candidate no.* 10029

Dato / *Date* 3/12-18 Side / *Page* 12

Emnekode / *Subject:* SØK1002

Antall ark / *Number of pages:* 14

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

forts. oppgave 2

d) (v): $x_2^* = \dfrac{m + P_1 a - P_2 b}{2P_2}$

$x_1 = \dfrac{P_2}{P_1}\left(\dfrac{m + P_1 a - P_2 b}{2P_2} + b\right) - a$

$x_1^* = \dfrac{m + P_1 a - P_2 b}{2P_1} + \dfrac{P_2}{P_1} b - a$

e) Egenpriselastisiteten er gitt ved endringen i ettersp. mhp prisendringen.

$e_{ii} = \dfrac{\frac{\partial x_i^*}{x_i^*}}{\frac{\partial P_i}{P_i}} = \dfrac{\partial x_i^*}{\partial P_i} \cdot \dfrac{P_i}{x_i^*}$

$\partial x_1^* = \Delta x_1 = 501 - 334 = -167$ (reduksjon)

$\partial P_1 = \Delta P_1 = 1{,}5 - 1 = 0{,}5$ (økn.)

$e_{ii} = -\dfrac{167}{0{,}5} \cdot \dfrac{1}{501} = -\dfrac{2}{3}$

$|e_{ii}| = 0{,}67 < 1$ - Uelastisk egenpris

Dette tilsier at godet er et nødvendighetsgode og etterspørselen endres lite ved pris økn.

November 2018

Svanemerket trykksak fra Skipnes Kommunikasjon Lisensnr. 241 731

Den gule kopien beholder du / *Please keep the yellow page*

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

forts. Oppgave 2

f) $\Delta p_1 = 0{,}5$

$$e_{ij} = \frac{\frac{\partial x_i^*}{x_i^*}}{\frac{\partial p_j}{p_j}} = \frac{\partial x_i^*}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{x_i^*}$$

$$\frac{\partial x_2^*}{\partial p_1} = \frac{d}{dp_1}\left(\frac{p_1 a}{2p_2}\right) = \frac{a}{2p_2}$$

$$\frac{\partial x_2^*}{\partial p_1} = \frac{1}{2\cdot 0{,}5} = 1$$

Setter inn i x_2^*:

$m = 1000,\ p_1 = 1,\ p_2 = 0{,}5$
$a = 1,\ b = 6$

$\Rightarrow x_{20}^* = 998$

Endringen i ettersp. av x_2 endres med én når p_1 endres med 0,5.

Dette ser man også om man setter inn i formelen for x_2^*.

$$x_{2i}^* = \frac{1000 + 1{,}5\cdot 1 - 0{,}5\cdot 6}{2\cdot 0{,}5} = 998{,}5 \approx 999$$

$$x_{2i}^* - x_{20}^* = 1$$

$$e_{21} = 1 \cdot \frac{1{,}5}{998} = 1{,}5\cdot 10^{-3} \approx 0$$

Krysspriselastisiteten blir svært liten, og vi ser at x_2 ikke er noe substitutt for x_1.

Dette gir mening da x_1 ser ut til å være et nødvendighetsgode og er dermed kanskje vanskelig å subsidiere.

NTNU

Kandidat nr. / *Candidate no.* 10024

Dato / *Date* 3/12-18 Side / *Page* 14

Emnekode / *Subject:* SØK1002 Antall ark / *Number of pages:* 14

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

forts. oppgave 2

g) Inntektselastisiteten, $p_1 = 1$, $p_2 = 0{,}5$, $m = 1000$

$$E_i = \frac{\frac{\partial x_i^*}{x_i^*}}{\frac{\partial m}{m}} = \frac{\partial x_i^*}{\partial m} \cdot \frac{m}{x_i^*}$$

$$\frac{\partial x_1^*}{m} = \frac{1}{2P_1}$$

$$\frac{\partial x_2^*}{m} = \frac{1}{2P_2}$$

velger $a = 1$ og $b = 6$ som tidligere i bitte regninger

$$E_1 = \frac{1}{2P_1} \cdot \frac{m}{\frac{m + P_1 a - P_2 b}{2P_1} + \frac{P_2}{P_1} b - a}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1000}{501} = 0{,}998 \approx 1$$

$$E_2 = \frac{1}{2P_2} \cdot \frac{m}{\frac{m + P_1 a - P_2 b}{2P_2}}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 0{,}5} \cdot \frac{1000}{998} = 1{,}002 \approx 1$$

Ser at begge inntektselastisitetene er lik én. Dette betyr at hvis vi har en reduksjon i inntekt på én prosent, vil også ettersp. etter gode 1 og 2 reduseres med 1%.

Derfor vil begge godene være normale og øker proporsjonalt med inntektsøkning.

November 2018