ECONnect NTNU

# Faktor

**- en eksamensavis utgitt av ECONnect**

## Eksamensbesvarelse:
## SØK1002 – Innføring i mikroøkonomisk analyse

| | |
|---|---|
| Eksamen: | Våren 2009 |
| Antall sider: | 34 |

## Om ECONnect:

ECONnect er en frivillig studentorganisasjon for studentene på samfunnsøkonomi- og finansøkonomistudiet ved NTNU. Vi arbeider for økt faglig kompetanse blant våre studenter samt tettere kontakt med næringslivet. Det gjør vi ved å arrangere fagdager, gjesteforelesninger, bedriftspresentasjoner m.m. I dag går det ca. 200 studenter på bachelornivå (1.-3. klasse) og ca. 70 studenter på masternivå (4.-5. klasse). Studentene på masternivå er fordelt på de to linjene samfunnsøkonomi (ca. 50 stk) og finansiell økonomi (ca. 20 stk). Mer om ECONnect og aktuelle arrangementer på www.econnect-ntnu.no.

ECONnect består av følgende personer ved utgivelsestidspunkt:

| | |
|---|---|
| Bjørn Bergholt (Leder) | bjorn@econnect-ntnu.no |
| Elise Caspersen (Fagdagansvarlig) | elise@econnect-ntnu.no |
| Pål Christian Vågbø (Bedriftansvarlig) | paal@econnect-ntnu.no |
| Tormod Hagerup (Økonomi/Samfunnsøk.) | tormod@econnect-ntnu.no |
| Tiril Toftedahl | tiril@econnect-ntnu.no |
| Louis Dieffenthaler | louis@econnect-ntnu.no |
| Tone Hedvig | tone@econnect-ntnu.no |
| Ole Christian Grytten | ole@econnect-ntnu.no |

| *Post- og besøksadresse:* | *Organisasjonsnummer:* | *Hjemmeside:* |
|---|---|---|
| ECONnect, NTNU Dragvoll<br>Institutt for samfunnsøkonomi<br>Bygg 7, Nivå 5<br>7491 Trondheim | NO 994 625 314 | www.econnect-ntnu.no |

*Merk: Eksamensbesvarelsene har i varierende grad feil og mangler, både oppsett og innhold. De vil også kun vise en av flere mulige fremgangsmåter. ECONnect står ikke ansvarlig for selve faginnholdet.*

## Kommentar fra sensor:

*Dette er en svært god besvarelse karakterisert ved presis begrepsbruk, god forståelse av mikroøkonomiske modeller og gode tekniske regneferdigheter. Kandidaten viser også at hun/han behersker både konsument- og produksjonsteorien.*

*Mer spesifikke kommentarer:*

***Oppgave 1:***

*1a) Det gis en presis definisjon av nyttefunksjonen, og det redegjøres for nyttefunksjonenes viktigste egenskaper. Figuren på side 2 er noe ukonvensjonell, og ikke lett å forstå ved første øyekast.*

*1b) Kandidaten kombinerer på en utmerket måte en formell utledning av MRS med god intuitiv forståelse av hva MRS uttrykker*

*1c) Bra. Legg merke til at kandidaten får fram at konsumenten står overfor en trade-off: Mer av det ene godet må nødvendigvis bety mindre av det andre.*

*1d) Ryddig gjennomgang av Lagrange. Tangeringsbetingelsen etableres og tolkes. Telleregelen benyttes (implisitt) til å vise at FOB fører fram til etterspørselsfunksjonene.*

*1e) Her utnytter kandidaten at MRS er lik forholdet mellom grensenyttene. Det deriveres og forkortes riktig. Begrunnelsen for at MRS er avtagende er noe tynn. Her burde kandidaten ha derivert uttrykket for MRS mhp. X1.*

*1f) Optimeringsproblemet løses riktig, men oppgaven fullføres ikke helt. Det spørres etter hvor mye av inntekten som brukes til kjøp til hvert av godene. Kandidaten oppgir bare mengdene etterspurt. Ingen stor feil/mangel.*

***Oppgave 2:***

*2a) Legg merke til presisjonen i definisjonene! Kandidaten gir en lang redegjørelse for hvorfor bedriftens grensekostnadskurve vil være bedriftens tilbudskurve. Kandidaten har sannsynligvis vært i tvil om hvor mye som forventes, og har valgt et utfyllende svar. Ved eksamen dukker det alltid opp slike dilemmaer. Generelt er det bedre å gi for utfyllende svar enn for kort svar, men husk at det gir ingen uttelling dersom svaret blir utflytende (kandidaten bringer inn momenter som er irrelevante i sammenhengen). Kandidaten vi ser på her rammes ikke av denne kritikken.*

*2b) Riktig regning.*

*2c) Regner riktig lenge, men forkorter feil på side 21, slik at uttrykket for langsiktige kostnader blir feil.*

*2d) Riktig regning.*

*2e) Her drar kandidaten med seg en følgefeil fra oppgave 2c). For øvrig er figuren (det andre forsøket) riktig. Det taler til kandidatens fordel at hun/han ser at figuren blir feil.*

*2f) I hovedsak riktig.*

**Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet**
**Institutt for samfunnsøkonomi**

## EKSAMENSOPPGAVE I SØK1002

## INNFØRING I MIKROØKONOMISK ANALYSE

**Faglig kontakt under eksamen: Hans Bonesrønning**

**Tlf.: 9 17 64**

**Eksamensdato:** Fredag 22. mai 2009

**Eksamenssted:** Dragvoll

**Eksamenstid:** 4 timer

**Studiepoeng:** 7,5

**Tillatte hjelpemidler:** Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Enkel kalkulator Citizen SR-270x el. HP 30S.

**Sensur:** 15. juni 2009

**Eksamen består av 2 oppgaver med delspørsmål som alle skal besvares.**
**Oppgaveteksten er skrevet på bokmål og nynorsk.**

---

**Merk!** Studentene må primært gjøre seg kjent med sensur på stud.web eller ved å oppsøke sensuroppslagene. Evt telefoner om sensur må rettes til instituttet. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike telefoner.

Oppgave 1

En konsument har preferanser for to varer gitt ved nyttefunksjonen $U(x_1,x_2)$.

a) Forklar hva denne nyttefunksjonen sier oss.
b) Forklar hva som menes med ”marginal substitusjonsbrøk” og hva som menes med at den er avtakende.

Konsumenten er prisfast kvantumstilpasser og betaler $p_1$ og $p_2$ for hver enhet av de to varene, og har i utgangspunktet en gitt inntekt $m$ som i sin helhet brukes til kjøp av de to varene.

c) Forklar hva stigningstallet til budsjettlinja uttrykker.

d) Bruk Lagranges metode til å finne tilpasningen når konsumenten antas å maksimere nytten. Tolk tilpasningen når begge varer blir konsumert.

Vi antar nå at gode $x_1$ er mat, og at konsumenten krever et visst minimumsnivå $x_1=x_0$ for å overleve. Det vil si at konsumenten oppnår nytte fra mat og andre goder $x_2$ først når $x_1>x_0$. Nyttefunksjonen er gitt ved

$$U(x_1,x_2) = (x_1 - x_0)^{1/2} x_2^{1/2}$$

e) Finn den marginale substitusjonsbrøken i dette tilfellet, og begrunn at den er avtagende.
f) Vis at når $m>p_1x_1$ vil individet maksimere nytten ved å bruke $\frac{m}{2}+\frac{1}{2}p_1x_0$ på mat og $\frac{m}{2}-\frac{1}{2}p_1x_0$ på det andre godet.

Oppgave 2

a) Gjør kort greie for hva vi forstår med følgende begreper:
produktfunksjon
kostnadsfunksjon
tilbudsfunksjon

En bedrift har produktfunksjonen $Q = 10K^{1/2}L^{1/2}$ der $Q$ er produsert mengde, og $K$ og $L$ er mengdene av innsatsfaktorer.

Bedriften er prisfast kvantumstilpasser i alle markeder. Bedriftens kostnader $C$ er gitt ved $C = vK + wL$, der $v$ og $w$ er de gitte faktorprisene.

b) Sett opp bedriftens langsiktige kostnadsminimeringsproblem og finn førsteordensbetingelsene for kostnadsminimum.
c) Utled bedriftens langsiktige kostnadsfunksjon og illustrer i en figur bedriftens langsiktige gjennomsnittskostnader (LAC) og grensekostnader (LMC). Kan du ut fra figuren si noe om skalaegenskapene i produksjonen?

Anta at vi på kort sikt har $K = K_1$ = konstant.

d) Utled bedriftens kortsiktige kostnadsfunksjon, og finn uttrykk for bedriftens kortsiktige gjennomsnittskostnader (SATC) og grensekostnader (SMC).

Sett nå $v = w = K_1 = 4$

e) Tegn i samme figur LAC, LMC, SATC og SMC. Kommenter forholdet mellom SATC og LAC.

f) Finn bedriftens kortsiktige tilbudskurve.

NTNU

Kandidatnr.

Dato: 22.05.09 Side: 1

Fagnr/emnekode SØK 1002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

Oppgave 1,

a) Nyttefunksjonen er en tilordning av et tall til enhver godekombinasjon slik at mest foretrukne kombinasjoner får et høyere tall enn mindre foretrukne kombinasjoner.
En nyttefunksjon rangerer kun godekombinasjonene, og sier ingenting om avstanden mellom dem, dvs hvor mye bedre den ene er i forhold til den andre. Vi sier at nyttefunksjoner gis ved en ordinal skala.

Dersom en godekomb. foretrekkes fremfor en annen er også nytten høyere. Vi skriver:

$$(x_1^a, x_2^a) \succ (x_1^b, x_2^b)$$
$$u(x_1^a, x_2^a) > u(x_1^b, x_2^b)$$

Det er også tilfellet at dersom en av godene øker, vil nytten øke (holder mengden av det andre godet konstant). Vi sier at grensenytten er positiv, mer er bedre enn mindre.
Økningen i grensenytten er riktignok avtakende. Slik at nytten øker mindre ved en økning av en gode det allerede er mye av.

Vi skriver:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} > 0 \quad , \quad \frac{\partial U}{\partial x_2} > 0$$



Tapir Uttrykk 04/09

NTNU

Kandidatnr.

Dato: 22/5-09 Side: 2

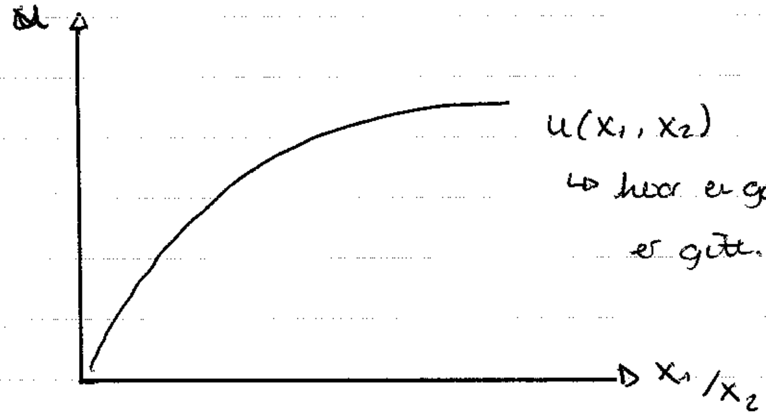
Fagnr/emnekode SØK 1002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} < 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} < 0$$

Dette sikrer kvasikonkave nyttefunksjoner, og dermed konvekse indifferenskurver.




↳ hvor er gode aker, mens den andre er gitt.

Den gule kopien beholder du

b) Dersom vi setter ~~et gitt~~ nyttefunksjonen lik et gitt nyttenivå, hvor $x_1$ og $x_2$ kan endres kan dette uttrykkes vha. en indifferenskurve

En indifferenskurve viser ulike kombinasjoner av $x_1$ og $x_2$ som gir samme nytte, dvs godekomb. som konsumenten er likegyldig mellom å konsumere.

Pga. ~~avtakende~~ positiv, men avtakende grensenytte er indifferenskurvene konvekse, dvs. at de krummer mot origo.

Marginal substitusjonsbrøk (-rate, MRS) viser helningen til indifferenskurven. Dvs at den sier hvor mye konsumenten er villig til å oppgi av $x_2$ for å øke sitt konsum av $x_1$.

For å utlede MRS setter vi som sagt nyttefunksjonen lik et gitt nyttenivå, $u_0$, og differensierer:

$$du_0 = \frac{du}{dx_1} \cdot dx_1 + \frac{du}{dx_2} \cdot dx_2$$

Dvs. at totalendringen i nytten ($du_0$) er lik ~~den marginale~~ endringen i nytten pga. en marginal endring i $x_1$ ~~dto~~ ganger den egentlige endringen i $x_1$ ~~pluss~~ pluss det samme for $x_2$.

Men vet at langs en indiff.kurve er ~~tot~~ endringen i nytten lik 0, dvs at $du_0 = 0$.

Vi deriver:

$$\frac{\partial u_c}{\partial x_1} \cdot dx_1 + \frac{\partial u_c}{\partial x_2} \cdot dx_2 = 0$$

$$\frac{\partial u_c}{\partial x_2} \cdot dx_2 = \div \frac{\partial u_c}{\partial x_1} \cdot dx_1$$

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \div \frac{\frac{\partial u_c}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_c}{\partial x_2}}$$

MRS $(= \frac{dx_2}{dx_1})$ er lik forholdet mellom grensenyttene (det negative forholdet). Dersom vi setter den totale endringen i $x_1 = 1$ får vi:

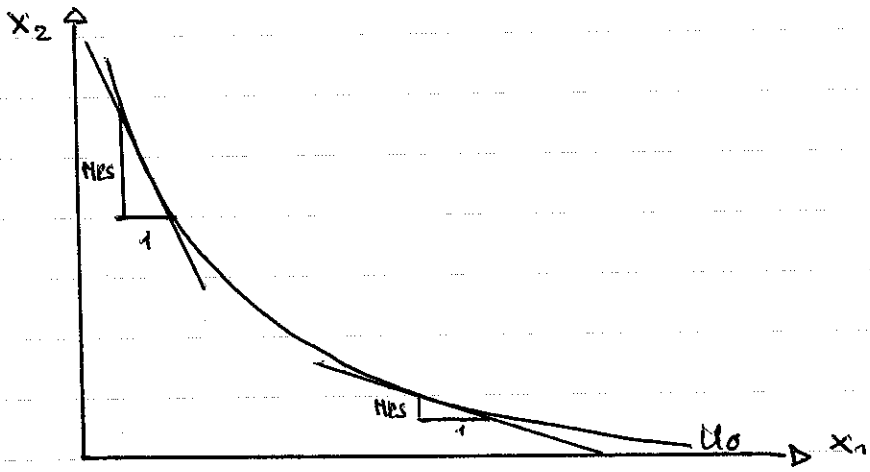
$$MRS = \frac{dx_2}{1} = \div \frac{\frac{\partial u_c}{\partial x_1}}{\frac{\partial u_c}{\partial x_2}}$$

Ser at MRS viser hvor mye konsumenten er villig til å oppgi av $x_2$ når konsumet av gode 1 øker med 1 enhet.

MRS kan også betraktes som marginal betalingsvillighet: hvor mye av $x_2$ er konsumenten villig til å betale for 1 enhet mer av $x_1$.

MRS er avtakende fordi en økning i et av godene krever en reduksjon i det andre for at nytten skal være konstant (husk positiv grensenytte).

Videre ser vi at MRS øker i verdi (blir mindre negativ) når $x_1$ øker. Dette er fordi konsumenten er villig til å bytte bort mindre av $x_2$ for mer av $x_1$ når den allerede har mye av det godet ($x_1$).



NTNU

Kandidatnr.

Dato: 21/5-09 Side: 6

Fagnr/emnekode SØK 1002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

c) En priskast kvantumstilpasser får prisen gitt fra markedet.

$p_1$ - pris på gode 1
$p_2$ - pris på gode 2
$m$ - inntekt

Har antatt ~~ø~~ positiv grensenytte, som betyr at konsumenten kan øke nytten ved å øke konsumet av godene. Antar der for at konsumenten bruker hele inntekten sin til konsum av godene, dvs at vi antar ikke-metning.
Budsjettbetingelsen blir da:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

Denne sier at konsumenten kan konsumere ulike komb. av $x_1$ og $x_2$ til inntekten $m$.

Dersom konsumenten bruker all inntekt på gode:

i) 1 : $x_2 = 0$ $\quad x_1 = \frac{m}{p_1}$

ii) 2 : $x_1 = 0$ $\quad x_2 = \frac{m}{p_2}$

Helningen gis ved endringen i $x_2$ når $x_1$ øker ~~med 1~~ marginalt. For å finne helningen:

Den gule kopien beholder du

Tapir Uttrykk 04/09

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

$$p_2 x_2 = m - p_1 x_1$$

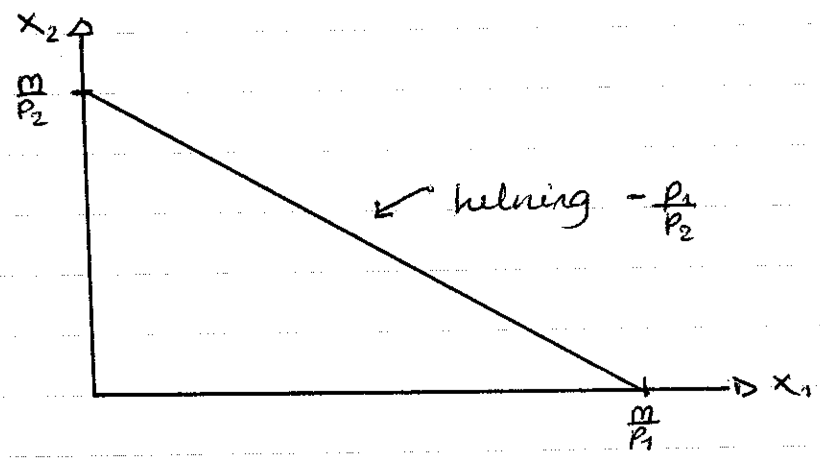
$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$$

Helningen blir:

$$\frac{\partial x_2}{\partial x_1} = -\frac{p_1}{p_2}$$

Denne forteller at for at $x_1$ skal øke må konsumenten oppgi $-\frac{p_1}{p_2}$ enheter av gode 2.

Helningen til budsjettlinjen viser markedets relative verdsetting av godene dvs. prisforholdet. Helningen er negativ fordi konsumenten har gitt inntekt, og må redusere konsum av en gode for å kunne øke konsumet av det andre.



d) Ettersom vi har antatt positiv, men avtakende grensenytte kan vi si at Lagrange-metoden gir nyttemaksimering. Skal nå finne den optimale tilpasningen, dvs. høyest oppnåelige nyttenivå til gitt budsjettrestriksjon:

maks. $u(x_1, x_2)$

gitt at

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

Setter opp Lagrange-funksjonen:

$$\mathcal{L}(x_1, x_2) = u(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$$

Nødvendige førsteordensbetingelser (FOB):

1) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial u}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$

2) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{\partial u}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$

3) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m) = 0$

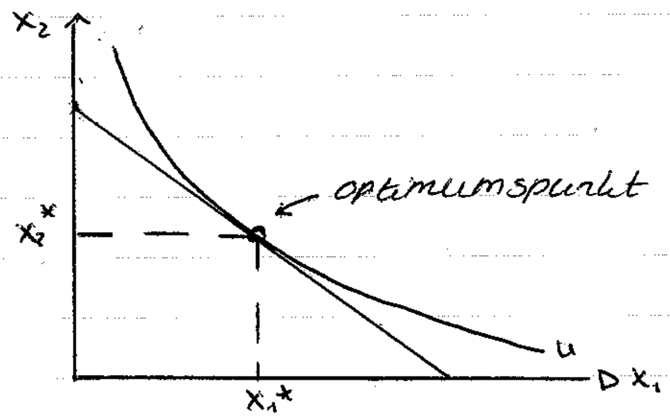
$$\rightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

Setter sammen 1) og 2) og eliminerer $\lambda$:

$$\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = \frac{\cancel{\lambda} p_1}{\cancel{\lambda} p_2}$$

4) $$\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

Dette er det optimale tilpasningspunktet. Ser at dette er tangeringen mellom budsjettlinjen og indifferenskurven. Her konsumenten subjektive verdsetting av godene lik markedets relative verdsetting av godene. Det er ikke rom for forbedring gjennom en omallokering av godene, for å øke nytten.
Nytten er maksimert.




Kan nå finne etterspørselsfunksjonene uttrykt ved $p_1$, $p_2$ og m

Har to likninger (3) og 4)) som gir:

2 endogene variabler : $x_1$ $x_2$
3 eksogene variabler : $p_1, p_2, m$

Etterspørselsfunksjonene til $x_1$ og $x_2$ uttrykkes vha. de eksogene variablene:

$$x_1^* = x_1(p_1, p_2, m)$$
$$x_2^* = x_2(p_1, p_2, m)$$

Dette er etterspørselen etter godene i optimum. De uttrykkes vha egenpris, pris på det andre godet og inntekt.

(1 e og f) på s. 31 og ut.

Oppgave 2)

a) Produktfunksjonen gir maksimalproduksjon ($y$) til gitte innsatsfaktorer ($x_1, x_2$) og teknologi. Produktfunksjonen skrives ofte:

$$y = f(x_1, x_2)$$

der $y$ - produsert kvantum
$x_1, x_2$ - innsatsfaktorer
$f$ - gitt teknologi

Dersom vi "snur om" på produktfunksjonen til slik at vi har gitt produksjon til ulike komb. av innsatsfaktorene har vi en isokvant i ($x_1, x_2$)-diagrammet.
En isokvant uttrykker ulike komb. av innsats-faktorene som alle gir samme produksjons-mengde.

Kostnadsfunksjonen gir minimumskostnadene til gitt produksjon. Kommer av at vi minimerer kostnadene gitt et produksjonsnivå.

Vi skriver:

$$C(w_1, w_2, y) = w_1 x_1(w_1, w_2, y) + w_2 x_2(w_1, w_2, y)$$

NTNU

Kandidatnr.

Dato: 22/5-09 Side: 12

Fagnr/emnekode SØK 1002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

Dersom vi setter kostnaden til et gitt nivå, og varierer innsatsfaktorene får vi en isokost. Den gir ulike kombinasjoner av innsatsfaktorene til gitt kostnad.

*Har at $w_1, w_2$ - pris på innsatsfaktorene
$c$ - gir kostnadene

<u>Tilbudsfunksjonen</u> gir bedriftens tilbud ($y$) til ulike nivåer av prisen.

Dersom vi antar at bedriften er profittmaksimerende og mottar lik pris fra markedet for hver enhet produsert (prisfast kvantumstilpasser) gis tilbudsfunksjonen vha. profittmaksimering:

$$\max. \; \pi(y) = p \cdot y - c(w_1, w_2, y)$$

Antar her at kostnadene er minimert. Hvis ikke ville bedriften kunne økt profitten ved å redusere kostnadene og den ville ikke vært profittmaksimerende.

Finner $\pi(y)\max$ ved: $\pi'(y) = 0$

$$p - c'(y) = 0$$
$$p = c'(y)$$

der $p$ - produktpris, $\pi$ - profitt

Den gule kopien beholder du

Tapir Uttrykk 04/09

Ser at bedriften vil produsere der hvor pris er lik endringen i totale kostnader ved en marginal endring i produksjon (vi kaller dette grensekostnader, MC)

Bedriften vil mao. ha tilbudskurven der hvor P = MC, dvs at inntekten ved ~~neste~~ siste enhet produsert er lik kostnadene. Profitten vil ikke øke der som produksjonen øker.

Dersom P > MC vil inntekten ved siste produserte enhet være større enn kostnadene. Bedriften kan øke profitten ved å øke produksjon.
Dersom P < MC vil inntekten ved siste produserte enhet være mindre enn kostnadene. Dersom bedriften produserer en enhet mindre, vil kostnadene falle mer enn inntektene ved ~~denne~~ å oppgi denne enheten, og profitten øker.

Men vil hele MC-kurven være tilbudskurven?
Antar at bedriften deler kostnadene opp i faste- og variable kostnader:

$$C(y) = C_v(y) + F$$

der $C_v(y)$ - variable kostnader (endres med prod)
$F$ - faste kostnader

På kort sikt må bedriften betale faste kostnader uansett produksjon, ettersom den har min 1 gitt innsatsfaktor. Det betyr at bedriften må se om produksjonsnivået vil gi mindre tap enn null produksjon (som gir tap lik F).

Bedriften vil stanse produksjonen på kort sikt dersom:

$$-F > py - C_v(y) - F$$
$$C_v(y) > py$$

$$\frac{C_v(y)}{y} > p$$

Ser at bedriften på kort sikt vil stanse produksjonen dersom prisen er lavere enn gjennomsnittlige variable kostnader. Da vil de tape mer på å produsere (de vil tape alle faste- og noe variable kostnader) enn å stanse prod.

På kort sikt vil tilbudskurven være ~~større enn~~ MC-kurven over AVC-kurven.

På lang sikt vil bedriften derimot være nødt til å dekke alle kostnadene. Prisen må derfor være høyere enn de totale gjennomsnittskostnadene (ATC). Dette er fordi bedriften kan variere alle innsatsfaktorer og dermed legge ned hele produksjonen og ha kostnader lik 0.

NTNU

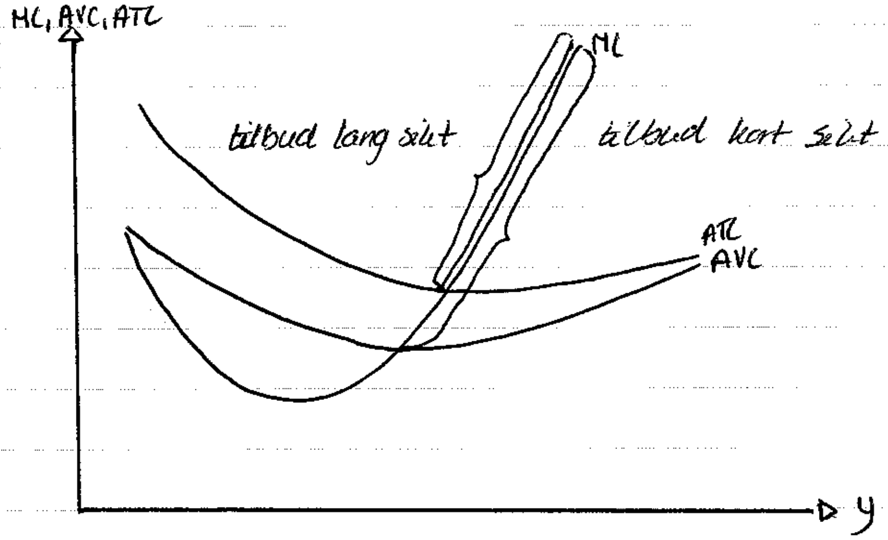
Kandidatnr.

Dato: 9/5-09 Side: 14 15

Fagnr/emnekode SØK 1002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor




Dette er det generelle tilfellet.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

Får oppgitt produktfunksjonen:

$$Q = 10K^{1/2}L^{1/2}$$

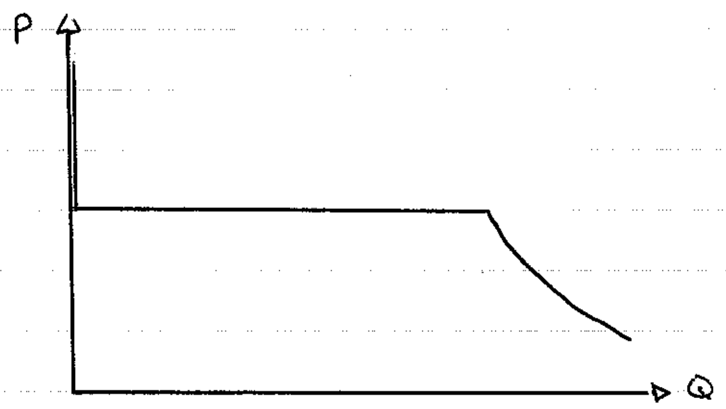
der Q - produsert mengde
K, L - mengden av innsatsfaktorene

Kostnader gis ved:

$$C = vK + wL$$

der C - bedriftens kostnader
v, w - gitte faktorpriser

Bedriften er pristaker kvantumstilpasser i alle markeder. Det betyr at bedriften er for liten til at dens handlinger påvirker markedsprisen. Bedriften tar derfor alle priser fra markedet for gitt, og kan produsere så mye den vil til disse prisene. Vi sier at bedriften møter en horisontal etterspørsel fra markedet til prisen p.



Til $P = \bar{P}$ kan bedriften produsere så mye den vil
$P > \bar{P}$ får ikke bedriften solgt noe
$P < \bar{P}$ møter bedriften hele markedsetterspørselen, men taper penger fordi prisen er lavere enn den kunne vært. Det er dermed lite sannsynlig at bedriften senker prisene når den kan produsere fritt til $P = \bar{P}$.

b) På lang sikt kan bedriften variere alle innsatsfaktorer. Minimeringsproblemet blir som følgende:

$$\text{Min } vK + wL$$

gitt at

$$Q = 10K^{1/2}L^{1/2} \quad (\text{der } Q \text{ er gitt})$$

Setter opp Lagrangefunksjonen:

$$\mathcal{L}(K,L) = vK + wL - \lambda(10K^{1/2}L^{1/2} - Q)$$

Førsteordensbetingelsene (FOB):

1) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = v - \lambda \, 1/2 \cdot 10K^{-1/2}L^{1/2} = 0$

$$= \underline{v - \lambda 5K^{-1/2}L^{1/2} = 0}$$

NTNU

Kandidatnr. 

Dato: 22/8-09 Side: 18

Fagnr/emnekode: SØK 1002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

2) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = w - \lambda \frac{1}{2} 10 K^{1/2} L^{-1/2} = 0$

$= \underline{w - \lambda 5 K^{1/2} L^{-1/2} = 0}$

3) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -(10K^{1/2} L^{1/2} - Q) = 0$

$= \underline{10K^{1/2} L^{1/2} = Q}$

1, 2 og 3 gir førsteordensbetingelsene for kostnadsminimum.

c) For å utlede bedriftens kostnadsfunksjon finner jeg et uttrykk for K og L vha. likning 1, 2 og 3:

Setter sammen 1, og 2, og eliminerer $\lambda$:

$$\frac{v}{w} = \frac{\cancel{\lambda 5} K^{-1/2} L^{1/2}}{\cancel{\lambda 5} K^{1/2} L^{-1/2}}$$

$$\frac{v}{w} = \frac{K^{-1/2} L^{1/2}}{K^{1/2} L^{-1/2}}$$

$$\frac{v}{w} = \frac{L^{1/2} \cdot L^{-(-1/2)}}{K^{1/2} \cdot K^{-(-1/2)}}$$

$$\frac{v}{w} = \frac{L^{1/2+1/2}}{K^{1/2+1/2}}$$

4) $$\frac{v}{w} = \frac{L}{K}$$

Dette gir optimumsbetingelsen.

Finner et uttrykk for L fra 4, og setter dette inn i 3) :

$$L = \frac{v}{w} \cdot K$$

$$10K^{1/2} \cdot \left(\frac{v}{w}K\right)^{1/2} = Q$$

$$10K^{1/2} \cdot \left(\frac{v}{w}\right)^{1/2} \cdot K^{1/2} = Q$$

$$K^{1/2+1/2} \cdot 10\left(\frac{v}{w}\right)^{1/2} = Q$$

$$K = \frac{Q}{10\left(\frac{v}{w}\right)^{1/2}}$$

Setter uttrykket for K inn i uttrykket for L :

$$L = \frac{v}{w} \cdot \frac{Q}{10\left(\frac{v}{w}\right)^{1/2}}$$

NTNU

Kandidatnr.

Dato: 24/5-09 Side: 20

Fagnr/emnekode: Søk 1002 Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

$$L = \frac{v}{w} \cdot \frac{Q}{10} \cdot \left(\frac{v}{w}\right)^{-1/2}$$

$$L = \left(\frac{v}{w}\right)^{\frac{2}{2}} \cdot \left(\frac{v}{w}\right)^{-1/2} \cdot \frac{Q}{10}$$

$$L = \left(\frac{v}{w}\right)^{1/2} \cdot \frac{Q}{10}$$

Setter dette inn i ~~ett~~ produktfunksjonen for å teste at det er riktig etterspørsel:

$$10 \cdot \left(\frac{Q}{10\left(\frac{v}{w}\right)^{1/2}}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{Q}{10} \cdot \left(\frac{v}{w}\right)^{1/2}\right)^{1/2} = Q$$

$$10 \cdot \left(\frac{Q}{10}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{Q}{10}\right)^{1/2} \cdot \frac{\left(\frac{v}{w}\right)^{1/2 \cdot \frac{1}{2}}}{\left(\frac{v}{w}\right)^{1/2 \cdot 1/2}} = Q$$

$$\cancel{10} \cdot \frac{Q}{\cancel{10}} \cdot 1 = Q$$

$$\underline{Q = Q}$$

Etterspørselsfunksjonene (de betingede ettersom y er gitt) er:

$$\underline{K = \frac{Q}{10\left(\frac{v}{w}\right)^{1/2}}}$$

$$\underline{L = \left(\frac{v}{w}\right)^{1/2} \cdot \frac{Q}{10}}$$

Setter dette inn i uttrykket for bedriftens kostnader :

$$C = v\left(\frac{Q}{10\left(\frac{v}{w}\right)}\right)^{1/2} + w\left(\frac{Q}{10}\left(\frac{v}{w}\right)^{1/2}\right)$$

$$C = v\left(\frac{Q}{10}\cdot\left(\frac{v}{w}\right)^{-1/2}\right) + w\left(\frac{Q}{10}\left(\frac{v}{w}\right)^{1/2}\right)$$

$$C = v^{2/2}\cdot v^{-1/2}\left(\frac{Q}{10 w^{-1/2}}\right) + w^{2/2}\cdot w^{1/2}\left(\frac{Q}{10\cancel{w}}v^{1/2}\right)$$

$$C = v^{1/2}\left(\frac{Q}{10}w^{-1/2}\right) + w^{3/2}\left(\frac{Q}{10\cancel{w}}v^{1/2}\right)$$

$$\underline{C = v^{1/2}\left(\frac{Q}{10w^{1/2}}\right) + w^{3/2}\left(\frac{Q v^{1/2}}{10\cancel{w}}\right)}$$

LAC = langsiktige gjennomsnittskostnader.
Dvs. totale kostnader delt på antall produserte enheter.

$$LAC = \frac{C}{Q} = \frac{v^{1/2}\left(\frac{\cancel{Q}}{10w^{1/2}}\right) + w^{3/2}\left(\frac{\cancel{Q}v^{1/2}}{\cancel{w}10}\right)}{\cancel{Q}} = v^{1/2}\cdot\frac{1}{10w^{1/2}} + w^{3/2}\cdot\frac{v^{1/2}}{10\cancel{w}}$$

$$\underline{LAC = \frac{v^{1/2}}{10w^{1/2}} + \frac{w^{3/2}\cdot v^{1/2}}{10}}$$

LMC = langsiktige grensekostnader.
Dvs. økningen i totale kostnader når produksjonen øker marginalt

$$LMC = \frac{\partial C}{\partial Q}$$

NTNU

Kandidatnr.

Dato: 21/5-09 Side: 22

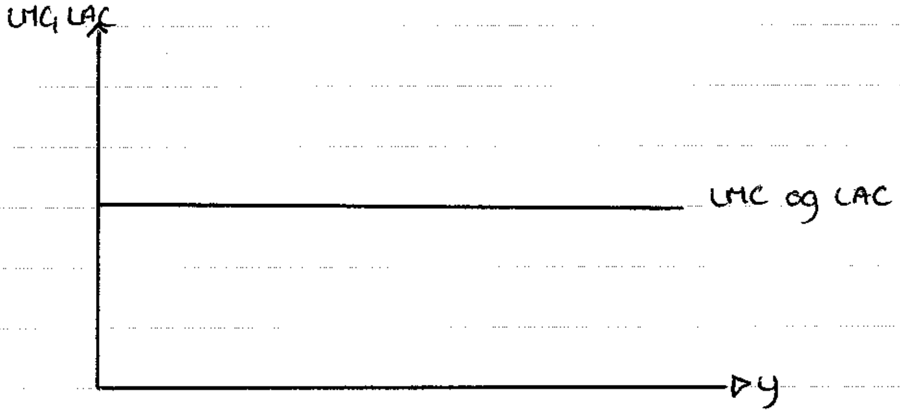
Fagnr/emnekode SØK 4002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

$$LMC = \frac{\partial\left(\frac{v^{1/2}Q}{10w^{1/2}} + w^{3/2}\cdot\frac{Qv^{1/2}}{10}\right)}{\partial Q} = \underline{\frac{v^{1/2}}{10w^{1/2}} + \frac{w^{3/2}v^{1/2}}{10}}$$

Ettersom vi vet at bedriften er pristast kvantumstilpasser i alle markeder er v og w gitt.
Ser at LMC og LAC er konstant langs hele produksjonen til gitt v og w.




Bedriften vil ha konstante gjennomsnittskostnader og grensekostnader. Dette medfører at bedriften har <u>konstant skalaavkastning</u> gjennom hele produksjonen. Innsatsfaktorer, kostnader og produksjonen må øke likt for at LAC skal være konstant.
Dvs. at en dobling av ~~produksjonen vil doble~~ innsatsfaktorene vil doble produksjonen.

Kan også vise at LAC er konstant vha. av LMC.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

$$\frac{\partial LAC}{\partial Q} = \frac{\partial \frac{C(Q)}{Q}}{\partial Q} = \frac{C'(Q)\cdot Q - C(Q)\cdot 1}{Q^2}$$

$$= \frac{1}{Q}\cdot\left(C'(Q) - \frac{C(Q)}{Q}\right) = \frac{1}{Q}\left(LMC - LAC\right)$$

Serat :

LAC øker med Q når LMC > LAC
LAC faller med Q når LMC < LAC
LAC er konstant når LMC = LAC

Ettersom LMC = LAC gjennom hele produksjonen vil LMC være konstant hele tiden og skalaavkastningen er konstant.

Skalaavkastning viser økning i produksjon når begge innsatsfaktorene øker likt.

NTNU

Kandidatnr.

Dato: 2/5-09 Side: 24

Fagnr/emnekode SØK 1002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

Har nå kort sikt hvor K er konstant, $K = K_1$.

d) Produktfunksjonen blir : $Q = 10\bar{K}_1^{1/2} L^{1/2}$

Bedriftens kostnader blir : $C = \cancel{w}\cdot v\bar{K}_1 + wL$

Minimeringsproblemet blir nå :

$$\min \; v\bar{K}_1 + wL$$

gitt at

$$Q = 10\bar{K}_1^{1/2} L^{1/2}$$

Lagrangefunksjonen :

$$\mathcal{L}(K,L) = v\bar{K}_1 + wL - \lambda(10\bar{K}_1^{1/2} L^{1/2} - Q)$$

FOB)

1) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = w - \lambda 10\bar{K}_1^{1/2} L^{-1/2} \cdot 1/2 = 0$

$$\Rightarrow w - \lambda 5\bar{K}_1^{1/2} L^{-1/2} = 0$$

2) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -(10\bar{K}_1^{1/2} L^{1/2} - Q) = 0$

$$\Rightarrow 10\bar{K}_1^{1/2} L^{1/2} = Q$$

Den gule kopien beholder du

NTNU

Kandidatnr.

Dato: 22/5-09 Side: 25

Fagnr/emnekode SØK 1002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

Finner et uttrykk for L fra 2)

$$10K_1^{1/2}L^{1/2} = Q$$

$$L^{1/2} = \frac{Q}{10K_1^{1/2}}$$

$$L = \left(\frac{Q}{10K_1^{1/2}}\right)^2$$

$$L = \frac{Q^2}{10^2\bar{K}_1} = \frac{Q^2}{100\bar{K}_1}$$

Setter dette inn i bedriftens kostnader og får kostnadsfunksjonen på kort sikt:

$$\underline{C_s(w_1, w_2, Q, \bar{K}_1) = r\bar{K}_1 + w\cdot\frac{Q^2}{100\bar{K}_1}}$$

SATC - kortsiktige gjennomsnittskostnader.
Dvs. de totale gjennomsnittskostnadene delt på antall produserte enheter:

$$SATC = \frac{C_s(Q)}{Q} = \frac{r\bar{K}_1}{Q} + \frac{\frac{w\cdot Q^2}{100\bar{K}_1}}{Q}$$

$$\underline{\underline{SATC = \frac{r\bar{K}_1}{Q} + \frac{wQ}{100\bar{K}_1}}}$$

SMC - kortsiktige grensekostnader
dvs. økningen i kortsiktige totale kostnader ved en marginal økning i Q:

$$SMC = \frac{\partial C_s(Q)}{\partial Q} = \frac{\partial\left(\bar{v}K_1 + 2\cdot \frac{wQ^2}{100\bar{K}_1}\right)}{\partial Q}$$

$$SMC = \frac{2\cdot wQ}{100K_1} = \underline{\underline{\frac{wQ}{50K_1}}}$$

Har at $v = w = K_1 = 4$:

e) $$LAC = \frac{4^{1/2}}{10\cdot 4^{1/2}} + \frac{4^{3/2}\cdot 4^{1/2}}{10} = \frac{2}{20} + \frac{16}{10} = \underline{\frac{17}{10}}$$

$$LMC = LAC = \underline{\frac{17}{10}}$$

$$SATC = \frac{4\cdot 4}{Q} + \frac{4\cdot Q}{100\cdot 4} = \underline{\frac{16}{Q} + \frac{Q}{100}}$$

$$\cancel{SMC = \frac{4\cdot 4}{Q}}$$

$$SMC = \frac{4\cdot Q}{50\cdot 4} = \underline{\frac{Q}{50}}$$

NTNU

Kandidatnr.

Dato: 21/5-09 Side: 27

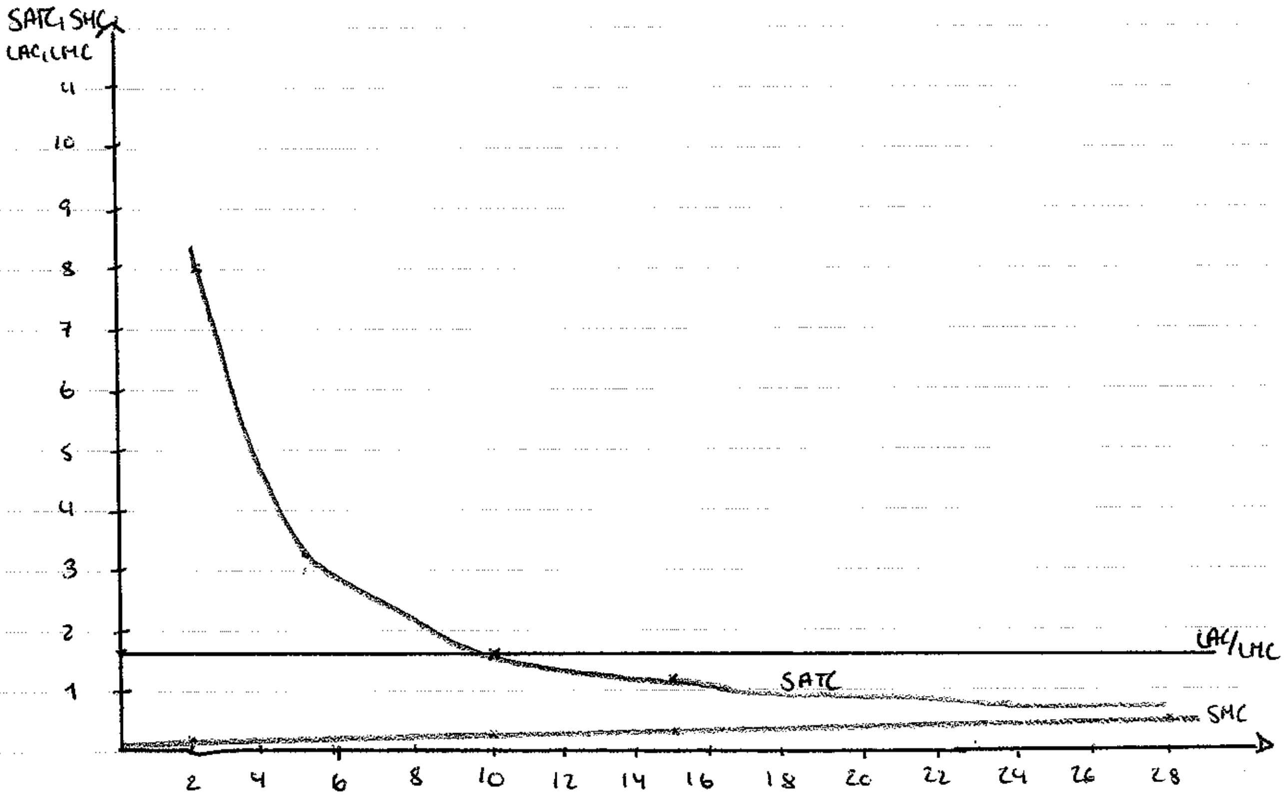
Fagnr/emnekode SOK 1002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

~~Tegner~~ Lager en tabell med ulike verdier av Q :

| Q | 0 | 2 | 5 | 10 | 15 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| SATC | 0 | 8,02 | 3,25 | 17/10 | 1,217 | 0,82 |
| SMC | 0 | 0,04 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 1 |
| LAC/LMC | (17/10) | 17/10 | 17/10 | 17/10 | 17/10 | 17/10 |




Ser at SMC vil være under SMC helt til Q nærmer seg 50 enheter, da vil SMC > SATC og SATC vil begynne å stige (dårlig figur). Merk at det er lik sammenheng mellom SATC og SMC som LAC og LMC.

NTNU

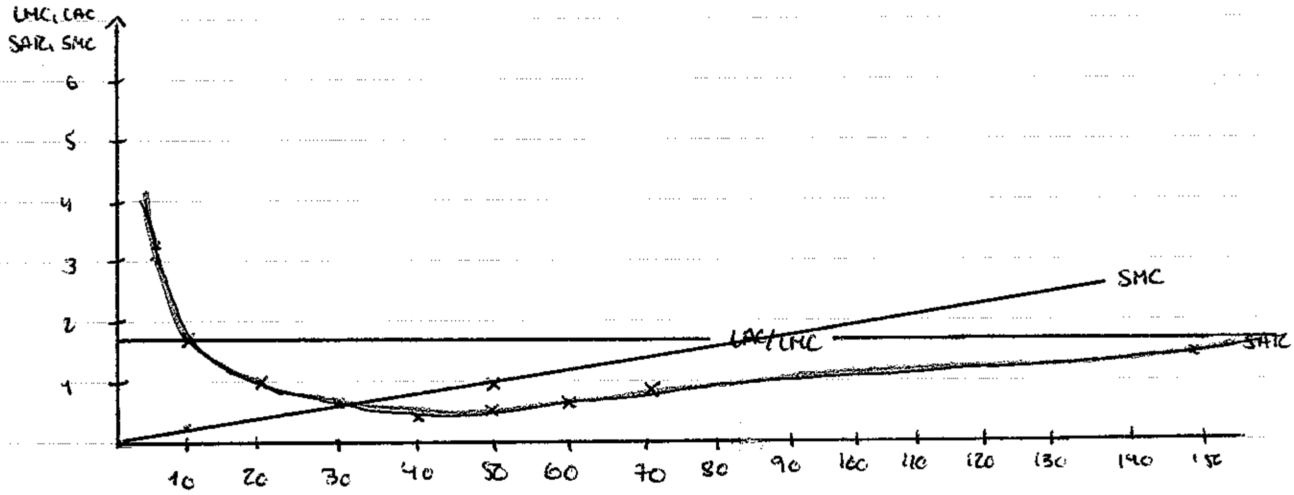
Kandidatnr.

Dato: 22/5-09 Side: 28

Fagnr/emnekode SØK 1002 Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

Ny fig:




Ser at LAC og SATC krysser hverandre på to punkt.
1. gang der hvor $Q = 10$ og andre gang der $Q \approx 170$.

Der hvor SATC = LAC er kostnadene like.
Vi skriver:

$$C(Q) = C_s(\bar{K}_1(Q), L)$$

Det betyr at $Q$ er valgt slik at $\bar{K}_1$ er lik både på kort og lang sikt. Det gitte nivået på $\bar{K}_1$ vil være optimalt for å produsere samme mengde både på kort og lang sikt.

Kommentar: Synes figuren (og tallene) ~~(ida)~~ kostnadskurvene er noe usannsynlige ettersom de kortsiktige kurvene er under de langsiktige kurvene.

Den gule kopien beholder du

f) Bedriftens kortsiktige tilbudskurve gis av $\pi(Q)_{max}$:

$$\pi'(Q) = 0$$

$$\pi(Q) = p \cdot Q - C_S$$

$$C_S = v\bar{K}_1 + \frac{w \cdot Q^2}{100\bar{K}_1} = 4 \cdot 4 + \frac{4 \cdot Q^2}{100 \cdot 4} = 16 + \frac{Q^2}{100}$$

Setter CS inn i $\pi(Q)$:

$$\pi(Q) = pQ - \left(16 + \frac{Q^2}{100}\right)$$

$$\pi'(Q) = p - \frac{2Q}{100} = 0$$

$$p = \frac{Q}{100}$$

Ser at tilbudskurven er MC-kurven til bedriften på kort sikt, dvs. SMC.

Her, har bedriften et minimumspunkt for min. pris, der den velger å stanse prod?

Bedriften vil stanse prod dersom:

$$-F > pq - C_{VS}(Q) - F$$

$$-16 > pq - \frac{Q^2}{100} - 16$$

$$\frac{Q^2}{100} > Pq$$

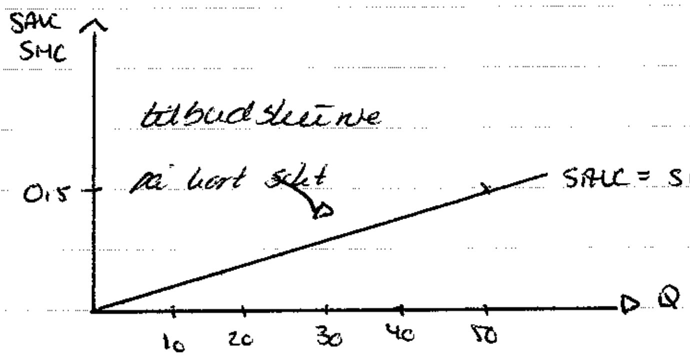
$$\frac{\frac{Q^2}{100}}{Q} > P$$

$$\frac{Q}{100} > P$$

Ser at bedriften vil produsere 0 enheter (stanse produksjonen) dersom Prisen er mindre enn de gjennomsnittlige variable kostnadene.

Dvs. at bedriftens tilbudskurve er SMC-kurven over SAVC-kurven

| Q | 0 | 2 | 10 | 20 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|
| SAVC | 0 | 0,02 | 0,1 | 0,2 | 0,5 |
| SMC | 0 | 0,02 | 0,1 | 0,2 | 0,5 |




Ser at SAVC = SMC = P.
Dvs. at bedriftens tilbudskurve er hele SMC-kurven på kort sikt.

NTNU

Kandidatnr.

Dato: 22/5-09 Side: 31

Fagnr/emnekode SØK 1002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

1e) $MRS = du_0 = \frac{\partial u}{\partial x_1} \cdot dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} \cdot dx_2$

Vet at $du_0 = 0$ slik at:

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} \cdot dx_1 + \frac{\partial u}{\partial x_2} \cdot dx_2 = 0$$

$$\tfrac{1}{2}(x_1 - x_0)^{-1/2} \cdot 1 \cdot x_2^{1/2} \cdot dx_1 + \tfrac{1}{2}(x_1 - x_0)^{1/2} x_2^{-1/2} \cdot dx_2 = 0$$

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \div \frac{\cancel{\tfrac{1}{2}}(x_1 - x_0)^{-1/2} \cdot x_2^{1/2}}{\cancel{\tfrac{1}{2}}(x_1 - x_0)^{1/2} \cdot x_2^{-1/2}}$$

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \div \frac{x_2^{1/2} \cdot x_2^{-(-1/2)}}{(x_1 - x_0)^{1/2} \cdot (x_1 - x_0)^{-(-1/2)}}$$

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \div \frac{x_2^{1/2 + 1/2}}{(x_1 - x_0)^{1/2 + 1/2}}$$

$$\underline{\frac{dx_2}{dx_1} = \div \frac{x_2}{(x_1 - x_0)^1}}$$

Den marginale substitusjonsraten er:

$$\underline{\underline{MRS = \div \frac{x_2}{(x_1 - x_0)}}}$$

Denne er avtakende fordi konsumenten må oppgi noe konsum av klær $(x_2)$ for at han skal kunne øke sitt konsum av mat $(x_1)$ til gitt nytte.

Den gule kopien beholder du

NTNU

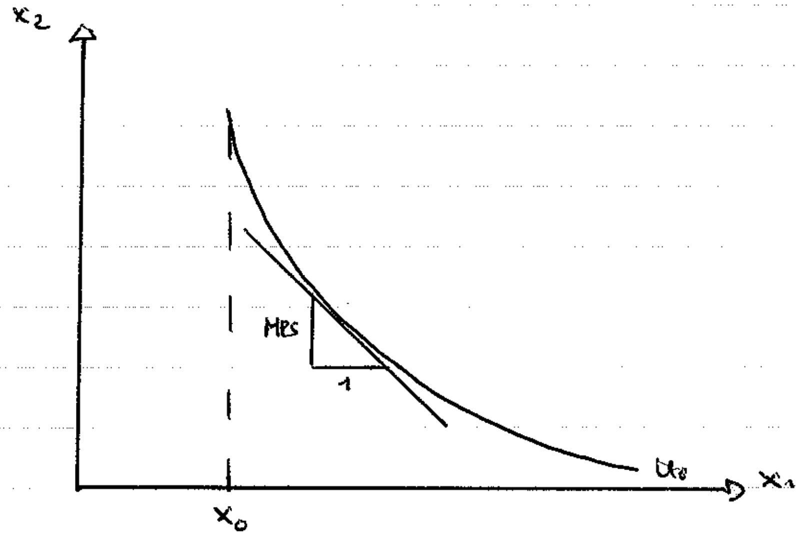
Kandidatnr.

Dato: 29/5-09 Side: 32

Fagnr/emnekode SØK 1002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor




f) Antar at budsjettbetingelsen gjelder slik at:

$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$

maksimerer nytten gitt budsjettbetingelsen:

maks. $u(x_1, x_2) = (x_1 - x_0)^{1/2} x_2^{1/2}$

gitt at

$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$

Stiller opp Lagrange funksjonen:

$\mathcal{L}(x_1, x_2) = (x_1 - x_0)^{1/2} x_2^{1/2} - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m)$

FOB)

1) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 1/2\,(x_1 - x_0)^{-1/2} \cdot 1\, x_2^{1/2} - \lambda p_1 = 0$

Den gule kopien beholder du

2) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 1/2 (x_1 - x_0)^{1/2} x_2^{-1/2} - \lambda p_2 = 0$

3) $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = -(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m) = 0$

$\Rightarrow p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$

Setter sammen 1) og 2) og eliminerer $\lambda$:

$$\frac{\cancel{1/2}(x_1 - x_0)^{-1/2} x_2^{1/2}}{\cancel{1/2}(x_1 - x_0)^{1/2} x_2^{-1/2}} = \frac{\cancel{\lambda} p_1}{\cancel{\lambda} p_2}$$

$$\frac{x_2^{1/2} \cdot x_2^{-(-1/2)}}{(x_1 - x_0)^{1/2} (x_1 - x_0)^{-(-1/2)}} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$\frac{x_2}{(x_1 - x_0)} = \frac{p_1}{p_2}$$

Dette er tangeringspunktet. Finner et uttrykk for $x_2$ og setter inn i budsjettbetingelsen:

$$x_2 = \frac{p_1}{p_2} \cdot (x_1 - x_0)$$

$$p_1 x_1 + \cancel{p_2} \left( \frac{p_1}{\cancel{p_2}} (x_1 - x_0) \right) = m$$

$$p_1 x_1 + p_1 x_1 - p_1 x_0 = m$$

NTNU

Kandidatnr.

Dato: 21/5-09 Side: 34

Fagnr/emnekode SØK 1002

Antall ark: 34

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

$$2p_1 x_1 = m + p_1 x_0$$

$$x_1 = \frac{m}{2p_1} + \frac{1}{2p_1} p_1 x_0$$

Setter dette inn i $x_2$ i

$$x_2 = -\frac{p_1}{p_2} x_0 + \frac{p_1}{p_2}\left(\frac{m + p_1 x_0}{2p_1}\right)$$

$$x_2 = \frac{m}{2p_2} + \frac{p_1 x_0}{2p_2} - \frac{2p_1}{2p_2} x_0$$

$$x_2 = \frac{m}{2p_2} - \frac{p_1 x_0}{2p_2}$$