☆ LF Eksamen V2019 SØK1004

Oppgave 1:

a) Riktig svar: A

$$P(X > 2) = P\left(\frac{X-3}{\sqrt{9}} > \frac{2-3}{\sqrt{9}}\right)$$

$$= P\left(Z > -\frac{1}{3}\right)$$

$$= 0{,}63$$

b) Riktig svar: A

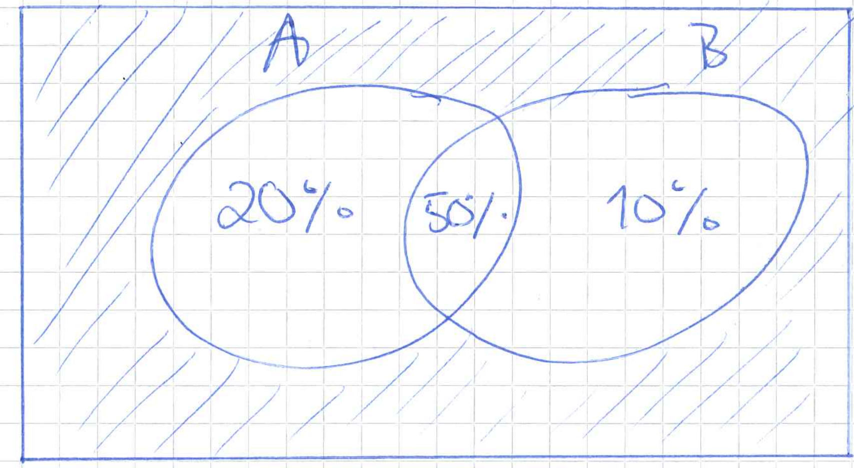
$$P(\overline{X} > 2) = P\left(\frac{\overline{X}-1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} > \frac{2-1}{\frac{1}{\sqrt{3}}}\right)$$

$$= P(Z > \sqrt{3})$$

$$= 0{,}04$$

c) Riktig svar : B

Tegn et venn-diagram :



A – har TV
B – har internett

$P(A) = 0{,}70$
$P(B) = 0{,}60$
$P(A \cap B) = 0{,}50$

=> Det skraverte området i venn-diagrammet utgjør 20% av leilighetene i borettslaget.

d) Riktig svar : D

$$P\begin{pmatrix}\text{trekke rød} \\ \text{kule}\end{pmatrix} = \frac{\text{ant. røde kuler i boks 2}}{\text{tot. ant. kuler i boks 2}}$$

3

$$= \frac{6 + \frac{3}{10}}{11}$$ ← (sannsynlighet for å trekke rød kule fra boks 7)

$$= \frac{6{,}3}{11} \approx 0{,}57$$

e) Riktig svar: E

$$\mu = \sum X \cdot P(X)$$

$$= 0 \cdot 0{,}15 + 1 \cdot 0{,}20 + 2 \cdot 0{,}33$$

$$+ 3 \cdot 0{,}22 + 4 \cdot 0{,}10$$

$$= 1.92$$

Oppgave 2:

a) $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B)$

$$= 0{,}88 \cdot 0{,}36$$

$$= \underline{\underline{0{,}3168}}$$

b) $P(B|A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$

$$= \frac{0{,}3168}{0{,}68}$$

$$\approx \underline{\underline{0{,}4659}}$$

c) Statistisk uavhengighet:

$P(A|B) = P(A)$

$\Rightarrow 0{,}88 \neq 0{,}68$

Nei, hendelsene er ikke uavhengige.

d) Gjensidige utelukkende hendelser:

$A \cap B = \emptyset$, $\emptyset$ – "den tomme mengden"

$P(A \cap B) = 0{,}3168 \neq \emptyset$

Nei, hendelsene er ikke gjensidig utelukkende.

Oppgave 3

a)

Steg 1:

σ_i^2 - variansen for studitid per uke for ulike studieretninger.

$i = 1, 2$ hvor

1 - jusstudiet
2 - økonomistudiet

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_A: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Steg 2:

Antar at utvalgene er uavhengige fra hverandre og begge er trukket fra en normalfordelt populasjon.

Har dermed følgende testobservator:

$$TS = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

Velger $\alpha = 0{,}05$.

Steg 3:

$n_1 = 13 \quad , \quad s_1^2 = 7^2 \quad , \quad \bar{X}_1 = 32$

$n_2 = 16 \quad , \quad s_2^2 = 5{,}5^2 \quad , \quad \bar{X}_2 = 38$

$$TS = \frac{7^2}{5{,}5^2} \approx 1{,}27$$

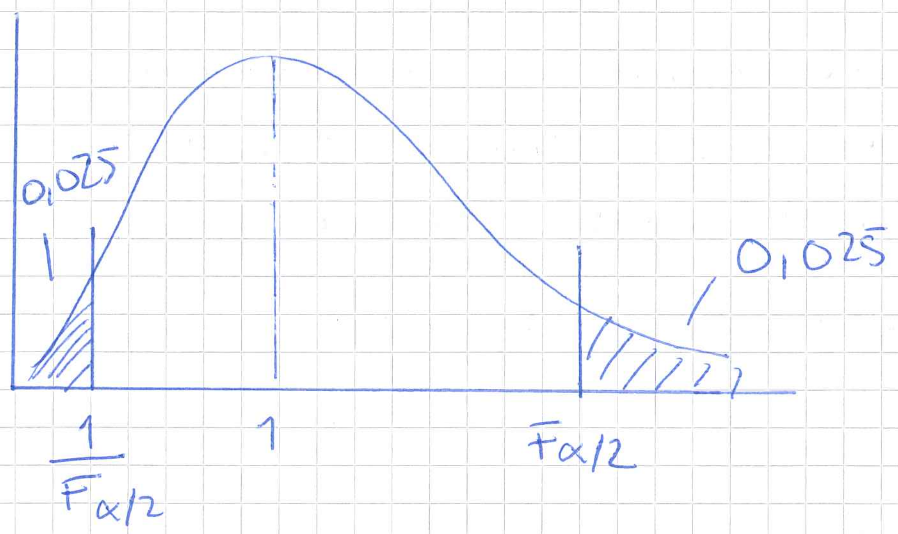
Steg 4:

Forkast H_0 dersom

$$TS > F(n_1-1, n_2-1)_{\alpha/2}$$

eller

$$TS < \frac{1}{F(n_1-1, n_2-1)_{\alpha/2}}$$



Har at $F(12, 15)_{0{,}025} = 2{,}9633$

$$\Rightarrow \frac{1}{F(12,15)_{0,025}} = 0,3375$$

Steg 5:

Siden TS = 1,27 og

$$\frac{1}{F_{0,025}} < 1,27 < F_{0,025}$$

⇒ TS ligger ikke i forkastnings-området og vi må beholde H_0 på et 5% signifikansnivå.

b)

Steg 1:

μ_i – gjennomsnittlig studietid på studiet i, $i = 1,2$
hvor:
1 – jusstudiet
2 – økonomistudiet

$H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_A: \mu_1 < \mu_2$

Steg 2:

Små utvalg ($n < 30$) og ukjent populasjons-varians betyr at vi må ta i bruk t-fordelingen.

Beregn felles variansestimator:

$$s^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$s^2 = \frac{(13-1)\cdot 7^2 + (16-1)\cdot 5{,}5^2}{13+16-2}$$

$$\approx 38{,}58 \Rightarrow s = \sqrt{38{,}58} = 6{,}2$$

Har følgende testobservator:

$$TS = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t(n_1 + n_2 - 2)$$

Velger $\alpha = 0{,}01$

Steg 3:

Bruk data og regn ut testobservatoren:

$$TS = \frac{32 - 38}{6,2 \cdot \sqrt{\frac{1}{13} + \frac{1}{16}}}$$

$$= \frac{-6}{1,55} \approx -3,87$$

Steg 4:

Ensidig test, kun interesert i venstre-halen av t-fordelingen.

Forkast H_0 dersom $TS < -t(n_1+n_2-2)_\alpha$

$$t(27)_{0,01} = 2,473$$

$$\Rightarrow -t(27)_{0,01} = -2,473$$

Steg 5:

Siden TS = -3,87 < -2,473

=> Ho må forkastes til et 1% signifikans-nivå. Gjennomsnittlig studietid er høyere blant økonomistudenter sammenlignet med jusstudenter.

Oppgave 4:

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{27,12}{8} = 3,39$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n} = \frac{44,56}{8} = 5,57$$

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 = 4,17$$

$$\sum (Y_i - \bar{Y})^2 = 9,45$$

$$\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 6,24$$

a) Utvalgskorrelasjonen er gitt ved:

$$R = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2}\sqrt{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}}$$

$$R = \frac{6,24}{\sqrt{4,17} \cdot \sqrt{9,45}} \approx \underline{\underline{0,995}}$$

$\Rightarrow$ Sterk positiv lineær sammenheng mellom takst og salgssum.

12

b) Estimer α og β ved bruk av OLS:

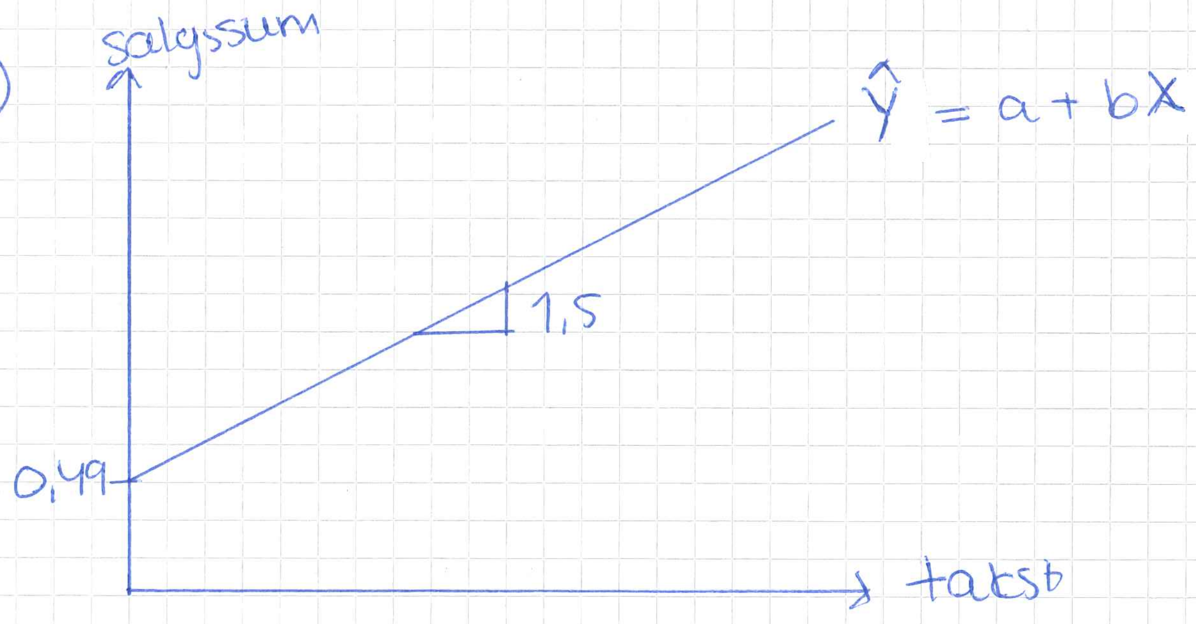
$$b = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

$$= \frac{6,24}{4,17} \approx \underline{\underline{1,5}}$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{X} = 5,57 - 1,5 \cdot 3,39$$

$$\approx \underline{\underline{0,49}}$$

c)



β gir oss endringen i antall millioner en bolig blir solgt for når taksten endres med én million kroner.

d)

Steg 1:

μ – gjennomsnittlig salgssum på eneboliger på Jakobsli.

$H_0: \mu = 4{,}8$

$H_A: \mu > 4{,}8$

Steg 2:

$n = 8$, lite utvalg

Ukjent populasjonsvarians.

→ Antar at populasjonen er normalfordelt.

Har følgende testobservator:

$$TS = \frac{\bar{Y} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

Velger $\alpha = 0{,}01$

Steg 3:

Har at $\overline{Y} = \underline{5{,}57}$

Beregner S: $S^2 = \dfrac{\sum (Y_i - \overline{Y})^2}{n-1}$

$= \dfrac{9{,}45}{8-1} \approx 1{,}35$

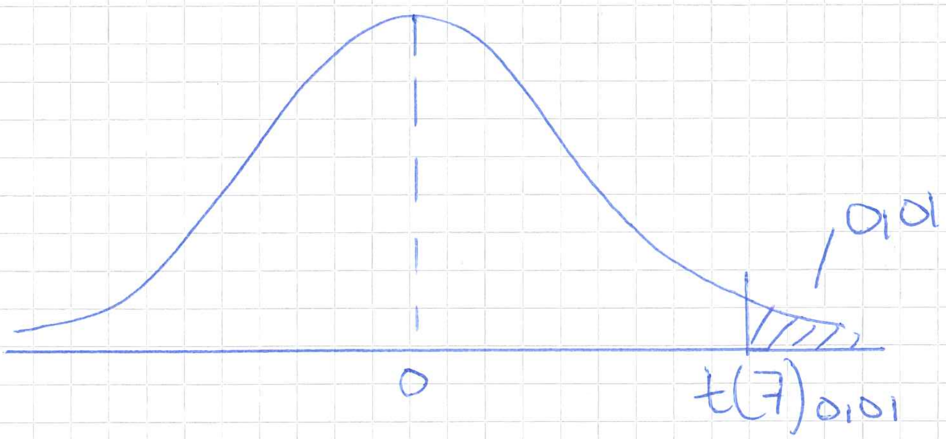
$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{1{,}35} \approx \underline{1{,}16}$

Regner ut testobservatoren:

$TS = \dfrac{5{,}57 - 4{,}8}{1{,}16/\sqrt{8}} \approx \underline{1{,}878}$

Steg 4:

Forkast H_0 dersom $TS > t(7)_{0,01}$



Siden $t(7)_{0,01} = 2{,}998 \Rightarrow TS < t(7)_{0,01}$

Steg 5:

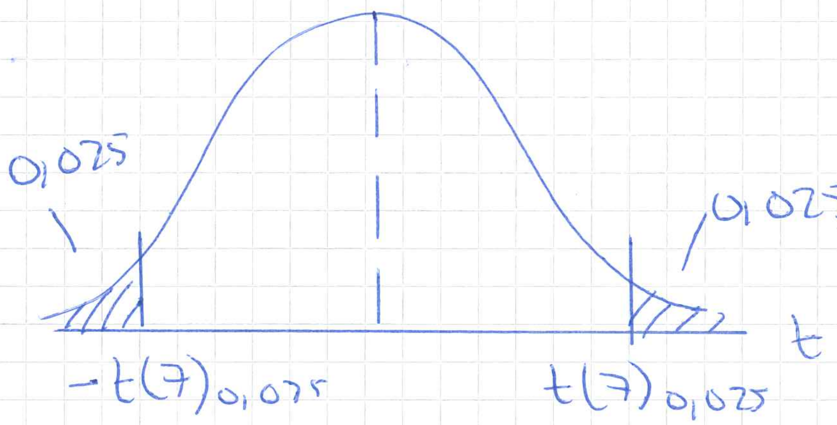
H_0 kan ikke forkastes på et 1% signifikansnivå.

e) Et konfidensintervall er gitt ved:

punkt-estimat $\pm$ kritisk verdi $\times$ std.avvik til estimat

Siden utvalget er lite (<30) finner vi kritisk verdi fra t-fordelingen

$$t(7)_{0,025} = 2,365$$



Regner ut et 95% konfidensintervall:

$$\bar{Y} \pm 2,365 \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

$$= 5,57 \pm 2,365 \cdot \frac{1,16}{\sqrt{8}}$$

$$= 5{,}57 \pm 1{,}23$$

$$\Rightarrow [5{,}57 - 1{,}23 \;,\; 5{,}57 + 1{,}23]$$

$$[4{,}34 \;,\; 6{,}8]$$

Tolkning: 95% av konfidensintervallene som kommer fra ulike utvalg av eneboliger på Jakobsli vil inneholde det sanne populasjonsgjennomsnittet, dvs. den sanne gjennomsnittlige salgssummen.