NTNU
Det skapende universitet

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i SØK1011 – Markeder og markedssvikt

Faglig kontakt under eksamen: Bjarne Strøm

Tlf.: 73 59 19 33

Eksamensdato: 24.05.2013

Eksamenstid (fra-til): 09.00 – 14.00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C / Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Enkel kalkulator Citizen SR-270x, HP 30S eller SR-270X College

Annen informasjon: Eksamensoppgaven består av 4 oppgaver med delspørsmål som alle skal besvares. Vekting gitt i parentes.

Sensurdato: 14. juni 2013

Målform/språk: Bokmål og nynorsk

Antall sider: 3

Antall sider vedlegg: 0

Bokmål

Oppgave 1 (40 %)

Betrakt et marked hvor det er to bedrifter, A og B, som tilbyr identiske varer. Etterspørselen er gitt ved: $p = D - x$, hvor p er prisen, x er kvantum og D er en konstant. Bedriftene har identiske og konstante marginalkostnader lik c.

a) Anta Cournot-konkurranse. Still opp bedriftenes optimeringsproblem og finn løsningene for produksjon og overskudd i den enkelte bedrift, samlet produksjon og markedspris.

b) Anta Stackelberg-konkurranse med bedrift A som leder og bedrift B som følger. Hvordan endres produksjon og overskudd i den enkelte bedrift, samlet produksjon og markedspris i forhold til Cournot-konkurranse?

c) Er konsumentene tjent med Cournot-konkurranse eller Stackelberg-konkurranse?

Oppgave 2 (20 %)

Betrakt en frikonkurranse-økonomi der konsumentenes marginale betalingsvilje er gitt ved $MB(x) = 200 - 15x$ og bedriftenes marginalkostnader er gitt ved $MC(x) = 20 + 5x$, der x er omsatt kvantum. Produksjon av x medfører forurensningskostnader = 20x. Hva blir samfunnsøkonomisk optimal produksjon av x? Hva blir omsatt kvantum i en uregulert markedsøkonomi? Myndighetene innfører en avgift, t, per produsert enhet av x. Hvor stor må t være for at vi skal få samfunnsøkonomisk optimal produksjon av x?

Oppgave 3 (20 %)

Forklar kort hvorfor en frikonkurranse økonomi tilfredsstiller betingelsen for Pareto-effektiv fordeling av konsumgoder mellom konsumentene.

Oppgave 4 (20 %)

Betrakt en økonomi bestående av N individer. Den enkeltes betalingsvillighet for et fellesgode x er gitt ved $V(x) = ax - bx^2$ der a og b er positive konstanter. Fellesgodet produseres til konstant enhetskostnad lik c. Hva blir samfunnsøkonomisk optimal produksjon av x dersom fellesgodet blir produsert? Hvor stor må N være for at fellesgodet bør produseres?

Nynorsk

Oppgåve 1 (40 %)

Sjå på ein marknad kor det er to bedrifter, A og B, som tilbyr identiske varar. Etterspurnaden er gitt ved: $p = D – x$, kor p er prisen, x er kvantum og D er ein konstant. Bedriftene har identiske og konstante marginalkostnadar lik c.

a) Anta Cournot-konkurranse. Still opp bedriftene sitt optimeringsproblem og finn løysingane for produksjon og overskott i den enkelte bedrift, samla produksjon og marknadspris.

b) Anta Stackelberg-konkurranse med bedrift A som leiar og bedrift B som følgjar. Korleis endrast produksjon og overskott i den enkelte bedrift, samla produksjon og marknadspris jamført med Cournot-konkurranse?

c) Er konsumentane tente med Cournot-konkurranse eller Stackelberg-konkurranse?

Oppgåve 2 (20 %)

Sjå på ein frikonkurranse-økonomi der konsumentane si marginale betalingsvilje er gitt ved $MB(x) = 200 - 15x$ og bedriftenes marginalkostnader er gitt ved $MC(x) = 20 + 5x$, der x er omsett kvantum. Produksjon av x medfører forureiningskostnadar = 20x. Kva blir samfunnsøkonomisk optimal produksjon av x? Kva blir omsett kvantum i ein uregulert marknadsøkonomi? Styresmaktene innfører ei avgift, t, per produsert eining av x. Kor stor må t være for at vi skal få samfunnsøkonomisk optimal produksjon av x?

Oppgåve 3 (20 %)

Forklar kort kvifor ein frikonkurranse økonomi tilfredsstiller kravet til Pareto-effektiv fordeling av konsumvarer mellom konsumentane.

Oppgåve 4 (20 %)

Sjå på ein økonomi beståande av N individar. Den enkeltes betalingsvilje for eit fellesgode x er gitt ved $V(x) = ax-bx^2$ der a og b er positive konstantar. Fellesgodet produserast til konstant kostnad per eining lik c. Kva blir samfunnsøkonomisk optimal produksjon av x dersom fellesgodet blir produsert? Kor stor må N være for at fellesgodet bør produserast?

KOMMENTAR TIL EKSAMENSBESVARELSE SØK1011 VÅR 2013: KANDIDAT 10076

Dette er en meget god besvarelse som har fått karakteren A. Samtlige 4 oppgaver er godt besvart. Kombinasjonen av sterke analytiske ferdigheter og gode forklaringer og tolkninger etterlater et solid inntrykk og dokumenterer god forståelse.

Oppgave 1

Oppgaver omhandler duopolkonkurranse i et marked med en spesifisert etterspørselsfunksjon. Beregningene i a) og b) er riktige og godt forklart. God sammenlikning av Cournot og Stackelberg i b). Svaret i c) er tilstrekkelig, det er ikke nødvendig å regne ut konsumentoverskuddet i de to tilfellene. Utregning av konsumentoverskuddet gir ikke trekk, men kan «stjele» tid fra de øvrige oppgavene.

Oppgave 2

Oppgaven betrakter et marked hvor det er eksterne virkninger i produksjonen. Beregningene av samfunnsøkonomisk optimal produksjon, produksjon i et uregulert marked og optimal avgift er riktige og godt forklart. Gode figurillustrasjoner og diskusjon av appropriabilitet. Her var det mange som gikk ut fra den marginale forurensningskostnaden var 20x i stedet for 20. Som en konsekvens av dette ble både samfunnsøkonomisk optimal produksjon og optimal avgift feil.

Oppgave 3

Kandidaten stiller opp betingelsen for Pareto-effektiv fordeling av konsumgoder og konfronterer deretter frikonkurranse-løsningen med denne. Dette gjøres både verbalt og analytisk. Besvarelsen av denne oppgaven er outstanding i forhold til de fleste andre. Det må understrekes at et verbalt resonnement langs de linjer som presenteres her ville gitt høy uttelling i seg selv. Mange diskuterer optimal produksjonssammensetning (markedskryss), noe som gir begrenset uttelling.

Oppgave 4

Besvarelsen gir innledningsvis en god omtale av fellesgoder. Samfunnsøkonomisk optimal produksjon beregnes riktig. Utgangspunktet for beregning av kritisk innbyggertall er også riktig, men løsningen blir ufullstendig fordi det ikke settes inn for optimal produksjon av x (x inngår i den siste ulikheten). Besvarelsen er likevel bedre enn de fleste andre.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Oppgave 1.

- 2 bedrifter, A og B
- perfekte substitutter (godene)
- Etterspørsel = $P = D - x$
- Identiske og konstante marg.kostnader = c

a) I denne oppgaven skal vi anta Cournot konkurranse også kjent som mengdekonkurranse. Cournot konkurranse betyr at bedriftene setter mengde og prisen bestemmes av etterspørselen etter den gitte mengden. Bedriftene anser hverandres kvantum som gitt i hver periode. Vi antar at mengden settes simultant. Spillteoretisk kunne vi tolket dette som ~~et~~ én periode spill med simultane beslutninger. Men vi vil ikke legge veldig mye vekt på det spillteoretiske aspektet i denne første oppgaven.

Bedriftenes optimeringsproblem er gitt som:

$\Pi_i = (p-c)x_i$ vi setter $x = x_a + x_b$

Løser først As optimeringsproblem.

$$\Pi_A = (D - x_a - x_b - c)x_a$$
$$= Dx_a - x_a^2 - x_b x_a - c x_a$$

$$\frac{\partial \Pi_A}{\partial x_A} = D - 2x_a - x_b - c = 0$$

$$x_a = \frac{D - x_b - c}{2}$$

Dette kan vi kalle As reaksjonsfunksjon eller beste svar funksjon, ser at i sitt optimeringsproblem tar A hensyn til Bs kvantum. Deriverer denne for å vise at funksjonen gir beste svar.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

$\frac{\partial xa}{\partial xb} = -\frac{1}{2}$, dersom B setter opp kvantum med 1 er As beste svar å redusere kvantum med en halv.

Løser nå Bs optimeringsproblem:

$\Pi B = (D - xa - xb - c)\,xb$

$= Dxb - xaxb - xb^2 - cxb$

$\frac{\partial \Pi B}{\partial xB} = D - xa - 2xb - c = 0$

$xb = \frac{D - xa - c}{2}$

Kunne også funnet dette svar ved symmetri ettersom bedriftene er identiske. Dette er Bs reaksjonsfunksjon, den har samme tolkning som As.

Setter nå $xb = \frac{D - xa - c}{2}$ inn i As optimerings-problem og finner xa.

$\Rightarrow D - 2xa - \left(\frac{D - xa - c}{2}\right) - c = 0 \quad | \times 2$

$2D - 4xa - D + xa + c - 2c = 0$

$D - 3xa - c = 0$

$xa = \frac{D - c}{3}$

~~Setter dette inn i Bs optimeringsproblem (og kunne ha løst dette ved symmetri)~~

$\cancel{D - \left(\frac{D-c}{3}\right) + 2xb - c = 0 \mid \times 3}$

$\cancel{3D - D -}$

Symmetri gir $xb = \frac{D - c}{3}$

Finner samlet kvantum $x = x_a + x_b$.

$$x = \frac{D-C}{3} + \frac{D-C}{3}$$

$$x = \frac{2D-2C}{3}$$

Finner prisen ved å sette inn for samlet kvantum i etterspørselsfunksjonen.

$$P = D - x$$

$$P = D - \left(\frac{2D-2C}{3}\right)$$

$$= \frac{3D - 2D + 2C}{3}$$

$$P = \frac{D+2C}{3}$$

Kan tilslutt finne profitt hos A og B.

$$\pi_i = (P-C)x_i$$

$$\pi_A = \left(\frac{D+2C}{3} - C\right)\frac{D-C}{3}$$

$$= \left(\frac{D+2C-3C}{3}\right)\frac{D-C}{3}$$

$$\pi_A = \left(\frac{D-C}{3}\right)^2 = \frac{(D-C)^2}{9}$$

$$\pi_B = \left(\frac{D+2C}{3} - C\right)\left(\frac{D-C}{3}\right)$$

$$\pi_B = \left(\frac{D-C}{3}\right)^2 = \frac{(D-C)^2}{9}$$

Har dermed funnet produksjon i den enkelte bedrift:

A: $\frac{D-C}{3}$

B: $\frac{D-C}{3}$

Profitt i den enkelte bedrift:

$\pi_A = \left(\frac{D-C}{3}\right)^2$

$\pi_B = \left(\frac{D-C}{3}\right)^2$

Samlet produksjon:

$x = \frac{2D-2C}{3}$

og pris:

$p = \frac{D+2C}{3}$

b) Vi skal nå anta at det er stackelberg konkurranse. Stackelberg konkurranse kan vi også kalle for leder/følger spill. Vi har en leder (A) og en følger (B), leder setter mengde (merk at vi fremdeles er i Cournot konkurranse) og følger setter mengde etter leder, vi er i et spill med sekvensielle beslutninger.
For å løse dette spillet bruker vi baklengs induksjon dvs at vi starter å se på optimeringsproblemet til følgeren.

Følgeren er bedrift B og vi kan skrive hans optimeringsproblem slik:

$\Pi_B = (p-c)x_B$ antar igjen at $x = x_a + x_b$

$= (D - x_a - x_B - c)x_b$ Vi bruker samme etterspørselsfunksjon som i oppgave 1 a).

$= Dx_b - x_a x_B - x_B^2 - cx_B$

$\frac{\partial \Pi_B}{\partial x_B} = D - x_a - 2x_B - c = 0$

$x_B = \frac{D - x_a - c}{2}$

Har funnet reaksjonsfunksjonen til B. Deriverer vi denne finner vi $\frac{\partial x_B}{\partial x_A} = -\frac{1}{2}$, dvs at dersom A øker sin produksjon med 1 vil B redusere sin produksjon med $\frac{1}{2}$.

Ser nå på lederens (As) optimeringsproblem. A tar hensyn til hva bedrift B vil gjøre og vi skriver derfor optimeringsproblemet slik:

$\Pi_A = (D - x_a - x_B(x_a) - c)x_a$

$= Dx_a - x_a^2 - x_B(x_a) - cx_a$

$\frac{\partial \Pi_A}{\partial x_a} = D - 2x_a - (u'v + v'u) - c = 0$

$u = x_B(x_a)$ $u' = \frac{\partial x_B}{\partial x_a}$ $u'v + v'u = \frac{\partial x_B}{\partial x_A} x_a + x_B(x_a)$

$v = x_a$ $v' = 1$

$= D - 2x_a - \frac{\partial x_B}{\partial x_a} x_a - x_B(x_a) - c = 0$

Vi har allerede funnet $\frac{\partial x_B}{\partial x_A}$ og $x_B(x_a)$ som er henholdsvis den deriverte av Bs reaksjonsfunksjon og Bs reaksjonsfunksjon. Kan derfor sette inn for disse.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$$\Rightarrow D - 2xa - \left(-\frac{1}{2}xa\right) - \left(\frac{D - xa - c}{2}\right) - c = 0 \quad | \times 2$$

$$2D - 4xa - (-xa) - (D - xa - c) - 2c = 0$$

$$2D - 4xa + xa - D + xa + c - 2c = 0$$

$$D - 2xa - c = 0$$

$$xa = \frac{D-C}{2}$$

Kan sette dette inn i Bs optimeringsproblem for å finne xB.

$$\frac{\partial \Pi B}{\partial xB} = D - xa - 2xB - C = 0$$

$$D - \left(\frac{D-C}{2}\right) - 2xB - C = 0 \quad | \times 2$$

$$2D - D + C - 4xB - 2C = 0$$

$$D - C - 4xB = 0$$

$$xB = \frac{D-C}{4}$$

Finner samlet produksjon $x = xa + xB$

$$x = \frac{D-C}{2} + \frac{D-C}{4}$$

$$= \frac{2D - 2C + D - C}{4}$$

$$x = \frac{3D - 3C}{4}$$

Finner markedspris ved å sette inn for x i $P = D - x$.

$$p = D - \left(\frac{3D-3C}{4}\right)$$

$$p = \frac{4D - 3D + 3C}{4} = \frac{D + 3C}{4}$$

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Finner tilslutt profitt i den enkelte bedrift ved å sette inn for p og xa og xb i profittfunksjonene.

$$\Pi_A = (p-c)xa$$

$$= \left(\frac{D+3c}{4} - c\right)\frac{D-c}{2}$$

$$= \left(\frac{D-c}{4}\right)\left(\frac{D-c}{2}\right)$$

$$\Pi_A = \frac{(D-c)^2}{8}$$

$$\Pi_B = (p-c)x_B$$

$$= \left(\frac{D+3c}{4} - c\right)\left(\frac{D-c}{4}\right)$$

$$\Pi_B = \left(\frac{D-c}{4}\right)^2 = \frac{(D-c)^2}{16}$$

Sammenligner vi med vanlig Cournot konkurranse kan vi se at A produserer mer ved stackelberg, B produserer mindre, men samlet produksjon har økt. Dette kommer av at økningen i As produksjon er større enn reduksjonen i Bs produksjon. Markedsprisen ved stackelberg er lavere enn markedsprisen ved Cournot dette kommer av at produksjonen har økt. Tilslutt kan vi se at profitten til lederen A har økt i stackelberg, mens profitten til B har blitt redusert. Vi kan konkludere med at fordelen ved stackelberg med Cournot tilfaller lederen. Ettersom denne får større markedsandel og høyere profitt enn følgeren.

c) Konsumentene er best tjent ved Stackelberg konkurranse enn Cournot konkurranse fordi tilbudet dvs samlet kvantum er høyere og markedsprisen lavere. Det samfunnsøkonomiske overskuddet er størst ved Stackelberg konkurranse. ~~[illegible]~~

Oppgave 2:

Vi skal nå se på en frikonkurranse økonomi der etterspørselen gitt av individenes marginale betalingsvilje er gitt ved $D = 200 - 15x$ og bedriftenes tilbud gitt av deres marginal kostnader er $S = 20 + 5x$.
Vi får i tillegg oppgitt at produksjonen av gode x forårsaker forurensning og denne forurensningen antas å gi en skade lik $20x$. Vi har dermed en økonomi med eksternaliteter. Før vi løser oppgaven vil vi skrive litt kort om eksternaliteter:
Eksternaliteter også kalt tredjepartsvirkninger ~~er~~ oppstår når samfunnets marginale kostnader og samfunnets marginal betalingsvilje ikke samsvarer med de private marginalkostnadene og marginal-betalingsvilje. Vi har både positive og negative eksternaliteter. I denne oppgaven har vi en negativ eksternalitet, nemlig forurensning. De private aktørene tar ikke hensyn til den negative eksternaliteten altså til forurensningskostnaden når de tar sine beslutninger, vi skal se at det blir produsert for mye av x.
Vi kunne også hatt positive eksternaliteter, her kommer det en ekstra gevinst som følge av ~~beslutnings-takingen~~ beslutningen til den private aktøren, men den private aktøren tar ikke hensyn til den positive

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

eksternaliteten. Et eksempel kan være en husholder med en fin hage. ~~Den~~ Den fine hagen gir ikke bare en gevinst til eieren, men også til forbipasserende og de andre huseiere som følgelig bor i et mer estetisk nabolag. ~~Hus~~ Eieren av hagen har ikke tatt hensyn til dette ~~da~~ han gikset på hagen.

Tilbake til oppgaven:
Vi finner samfunnsøkonomisk optimalproduksjon av x ved å sette tilbud lik etterspørsel, eller marginal betalingsvilje lik marginal kostnad (MC), det er viktig å legge merke til at siden vi ser på det samfunnsøkonomisk optimale produksjon vil marginalkostnaden være de private marginalkostnadene pluss den marginale forurensningskostnaden, finner den marginale forurensningskostnaden ved å derivere forurensningskostnaden mhp x, dette gir 20 har dermed at de MC er

$$MC(x) = \underbrace{\underbrace{20+5x}_{\text{privat MC}} + \underbrace{20}_{\text{marg. forurensning kost.}}}_{\text{samfunnets MC.}}$$

Setter dette lik $MB(x)$.

$$200 - 15x = 20 + 5x + 20$$

Løser for x for å finne optimal $x = x^*$

$$-15x - 5x = 40 - 200$$
$$-20x = -160$$
$$x^* = 8$$

optimal produksjon av x er 8.

Skal nå finne hva som reelt produseres i det uregulerte markedet. Finner dette ved å sette $MB(x) = MC(x)$ uten å ta hensyn til de marg. forurensningskostnadene.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$\Rightarrow$

$$200 - 15x = 20 + 5x$$

$$-15x - 5x = 20 - 200$$

$$x = \frac{-180}{-20}$$

$$x^u = 9$$

Når markedet ikke reguleres er produksjonen av x, $x^u = 9$, ser at dette er høyere enn den optimale-produksjonen $x^* = 8$. Det produseres altså for mye av dette godet i det uregulerte markedet.

Det er ønskelig å internalisere denne eksternaliteten dette kan myndighetene få til ved å inngøre en avgift, t per produsert enhet av x. På slikt hus tvinger myndighetene produsentene og konsumentene til å ta hensyn til skaden produksjon av x medfører. Optimal t vil vi kunne finne ved å se på differansen mellom de private MC og ~~marg. forurensningskostnad.~~ de samfunnsøkonomiske MC. Avgiften bør settes lik denne differansen fordi da blir de private MC lik samfunnets MC og eksternaliteten blir fullstendig internalisert. Vi oppnår full approriabilitet.

$$MC^P = 20 + 5x$$

$$MC^S = 20 + 5x + 20$$

$$MC^S - MC^P = 20 + 5x + 20 - (20 + 5x)$$

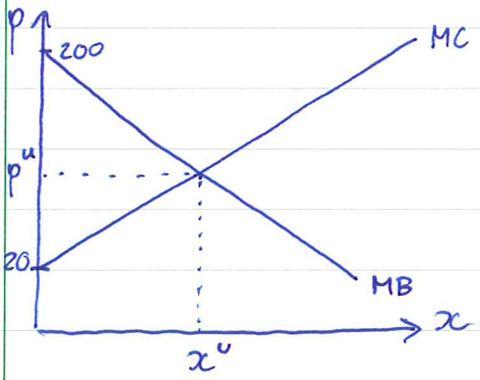
$$= 40 + 5x - 20 - 5x$$

$$MC^S - MC^P = 20$$

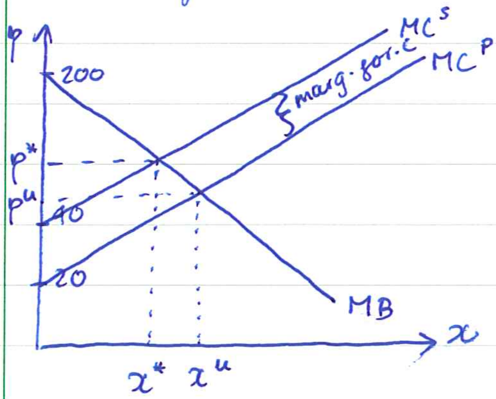
Optimal avgift $t = 20$ dvs lik den marg. forurensnings-kostnaden.

Vi skal nå vise dette i en figur.

Den uregulerte økonomien:



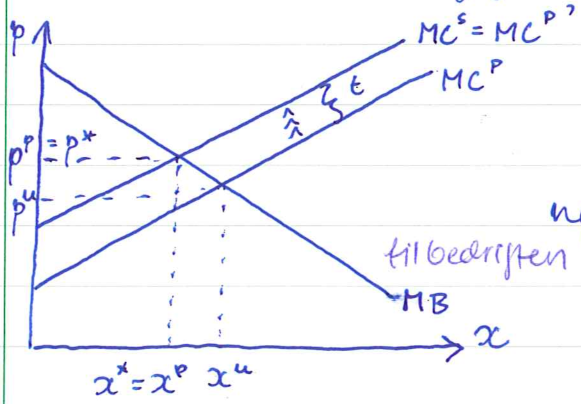
Den uregulerte økonomien med både MC privat og MC samfunn.



Ser at $x^* < x^u$ og at $p^* > p^u$

Differansen mellom MC^P kurven og MC^S kurven er 20, altså den marg. forurensnings. kost.

Økonomien med avgift t:



Ser at vi går fra MC^P til $MC^{P'}$ som er lik MC^S når avgiften innføres. Har et negativt skift i kurven fordi kostnadene til bedriften øker med avgiften $t = 20$. x^u går til $x^P = x^* < x^u$ mens prisen går fra p^u til $p^P = p^*$ og større enn p^u.

Har nå full appropriabilitet.

Oppgave 3:

- Antar at vi har en økonomi med 2 konsumenter A og B.

Betingelsen for en paretoeffektiv fordeling av konsumgoder mellom konsumentene har vi når konsumentenes marginale nytte er den samme. Dvs der MSB^A (marginale substitusjonsbrøk) som angir helningen til indifferenskurven til individ A er lik MSB^B. Dette er paretoeffektivt fordi det er ingen flere gevinster ved handel, og vi kan ikke spare inn mer ressurser på en omfordeling av godene. Inntil $MSB^A = MSB^B$ vil det være mulig å få gevinster ved handel og oppnå en paretodominerende allokering. $MSB^A = MSB^B$ viser dermed en allokering der ingen kan komme strengt bedre ut av situasjon ved å omfordele godene, vi befinner oss på ytterlinjen i figuren under.

I frikonkurranse er denne betingelsen oppfylt fordi prisene tilpasser seg slik at vi har optimal produksjon og konsum av et gode, vi har maksimal ressursutnyttelse. Vi kan vise dette formelt ved å anta 2 nyttefunksjoner, As nyttefunksjon $U_A(x_1, x_2)$ og Bs nyttefunksjon $U_B(x_1, x_2)$ vi antar at det produseres 2 goder i økonomien x_1 og x_2. ~~Formel paretoeffektiv betingelse~~ Vet at i frikonkurranse maksimerer konsumenten sin nytte gitt budsjettbetingelsen $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ der p_1 er pris på x_1, p_2 pris på x_2 og m er inntekt.

Løser maksimeringsproblemet for A og B.

$$\max_{x_1,x_2} u_A(x_1,x_2) \quad \text{gitt } p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

Dette løser vi ved hjelp av Lagrange.

$$\mathcal{L} = u_A(x_1,x_2) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial u_A}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\lambda = \frac{\cancel{+}\partial u_A/\partial x_1}{\cancel{+}p_1}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{\partial u_A}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\lambda = \frac{\partial u_A/\partial x_2}{p_2}$$

$$\lambda = \lambda \Rightarrow \frac{\partial u_A/\partial x_1}{p_1} = \frac{\partial u_A/\partial x_2}{p_2}$$

$$\partial u_A/\partial x_1 = \frac{\partial u_A/\partial x_2\, p_1}{p_2}$$

$$\frac{\partial u_A/\partial x_1}{\partial u_A/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Individ A maksimerer sin nytte når MSB $\left(\frac{\partial u_A/\partial x_1}{\partial u_A/\partial x_2}\right)$ forholdet mellom grensenyttene er lik prisforholdet. Gjør det samme for B.

$$\max_{x_1,x_2} (u_B(x_1,x_2) \quad \text{gitt } p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

$$\mathcal{L} = u_B(x_1,x_2) - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial u_B}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\lambda = \frac{\partial u_B/\partial x_1}{p_1}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{\partial u_B}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\lambda = \frac{\partial u_B/\partial x_2}{p_2}$$

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$\lambda = \lambda$

$$\frac{\partial u_B/\partial x_1}{p_1} = \frac{\partial u_B/\partial x_2}{p_2}$$

$$\partial u_B/\partial x_1 = \frac{\partial u_B/\partial x_2 \, p_1}{p_2}$$

$$\frac{\partial u_B/\partial x_1}{\partial u_B/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

Finner også her at B maksimerer sin nytte i frikonkurranse når MSB er lik prisforholdet.

Prisene er like for begge konsumenter og det følger dermed at $MSB^A = MSB^B$

$$\frac{\partial u_A/\partial x_1}{\partial u_A/\partial x_2} = \frac{\partial u_B/\partial x_1}{\partial u_B/\partial x_2}$$

Vi sa at dette var betingelsen for en paretoeffektivt fordeling av godene mellom konsumentene og kan dermed se at frikonkurranse oppfyller denne betingelsen.

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10076

Dato/*Date:* 24/05-13 Side/*Page:* 15

Emnekode/*Subject* SØK 1011 Antall ark/*Number of pages:* 17

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Oppgave 4:

Vi skal nå se på en økonomi bestående av N individer. I økonomien produseres det et fellesgode x, før vi fortsetter med oppgaven sier vi litt om fellesgoder.

Et rent felles gode definerer vi som et gode som er ikke rivaliserende og ikke ekskluderende i konsumet. At det er ikke rivaliserende betyr at ett individs nytte av godet ikke reduseres dersom ett annet individ også konsumerer gode. At det er ikke ekskluderende betyr at alle kan fritt konsumere av godet. Et eksempel på et rent fellesgode er forsvaret.
De aller fleste fellesgoder er ikke rene fellesgoder, dvs at de som regel er delvis rivaliserende eller delvis ekskluderende, et eksempel er en offentlig park, parken er ikke ekskluderende dvs alle kan fritt bruke den, men delvis rivaliserende, dersom det er mange i parken og det oppstår trengselseffekter vil ens egen nytte forringes av at andre konsumerer godet.
Vi skiller fellesgoder fra rene privatgoder som er ekskluderende og rivaliserende i konsumet, et eksempel kan være en sjokolade. Dersom én kjøper den spesifikke sjokoladen kan ingen andre kjøpe den og dersom en annen tar en bit av sjokoladen reduseres ens egen nytte.
I vår oppgave er det ikke spesifisert hvorvidt det er snakk om et rent fellesgode eller et ikke-rent fellesgode.

Fagtrykk Trondheim AS 11.2012

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10076

Dato/*Date:* 24/05-13 Side/*Page:* 16

Emnekode/*Subject* SØK 1011 Antall ark/*Number of pages:* 17

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Vi har fått oppgitt at den enkeltes verdsetting av godet er $V(x) = ax - bx^2$ og at fellesgodet produseres til konstant enhetskostnad lik c. Vi finner dermed samfunnsøkonomisk optimal produksjon av godet ved å maksimere alle individenes betalingsvilje minus kostnadene.

Har at den samlede betalingsviljen er $NV(x)$

$\Rightarrow N(ax - bx^2)$

skal altså maksimere mhp x.

$N(ax - bx^2) - cx$

$\Rightarrow Nax - Nbx^2 - cx$

Deriverer mhp x.

$Na - 2Nbx - c = 0$

Løser for x

$$x^* = \frac{Na - c}{2Nb}$$

~~Optimal produksjon av fellesgodet er~~ $\cancel{\frac{Na-c}{2Nb}}$
~~Kan finne opt nødvendig N ved å løse mhp N istedenfor x.~~

$\cancel{Na - 2Nbx - c = 0}$

$\cancel{Na - 2Nbx = c}$

$\cancel{N(a - 2bx) = c}$

$$\cancel{N = \frac{c}{(a - 2bx)}}$$

~~Det må være~~ $\cancel{\frac{c}{(a-2bx)}}$ ~~individer~~

Kunne funnet samme resultat ved å sette MC = samlet MB dvs $c = NV'(x)$ som tilsvarer tilbud lik etterspørsel.
Samfunnsøkonomisk optimal produksjon av $x = \frac{Na - c}{2Nb}$

Fagtrykk Trondheim AS 11.2012

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10076

Dato/*Date:* 24/05-13. Side/*Page:* 17

Emnekode/*Subject* SØK 1011

Antall ark/*Number of pages:* 17

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Fellesgodet bør kun produseres dersom, den samlede betalingsviljen minus kostnadene er større ~~enn~~ eller like stor som null.

$NV(x) - cx \geq 0$

$Nax - Nbx^2 - cx \geq 0$

Løser vi for N finner vi at:

$$N(ax - bx^2) - cx \geq 0$$

$$N \geq \frac{cx}{(ax - bx^2)}$$

N må altså være større ~~enn~~ eller like stor som forholdet mellom de totale kostnadene og hver individs betalingsvilje for at fellesgodet bør produseres.