ECONnect NTNU

Faktor

- en eksamensavis utgitt av ECONnect

Eksamensbesvarelse:
SØK2005 – Finansmarkeder

Eksamen:	Våren 2010
Antall sider:	17

Om ECONnect:

ECONnect er en frivillig studentorganisasjon for studentene på samfunnsøkonomi- og finansøkonomistudiet ved NTNU. Vi arbeider for økt faglig kompetanse blant våre studenter samt tettere kontakt med næringslivet. Det gjør vi ved å arrangere fagdager, gjesteforelesninger, bedriftspresentasjoner m.m. I dag går det ca. 200 studenter på bachelornivå (1.-3. klasse) og ca. 70 studenter på masternivå (4.-5. klasse). Studentene på masternivå er fordelt på de to linjene samfunnsøkonomi (ca. 50 stk) og finansiell økonomi (ca. 20 stk). Mer om ECONnect og aktuelle arrangementer på www.econnect-ntnu.no.

ECONnect består av følgende personer ved utgivelsestidspunkt:

Bjørn Bergholt (Leder)	bjorn@econnect-ntnu.no
Tone Hedvig Berg (Bedriftsansvarlig)	tone@econnect-ntnu.no
Elise Caspersen (Fagdagsansvarlig)	elise@econnect-ntnu.no
Tiril Toftdahl (Faktoransvarlig)	tiril@econnect-ntnu.no
Tormod Hagerup (Økonomi/Kandidattreffet)	tormod@econnect-ntnu.no
Louis Dieffenthaler	louis@econnect-ntnu.no
Daniel Johansson	daniel@econnect-ntnu.no
Georg Næsheim	georg@econnect-ntnu.no
Mariell Toven	mariell@econnect-ntnu.no
Ellen Normann	ellen@econnect-ntnu.no
Ragnhild Grøv	ragnhild@econnect-ntnu.no
Johan Berg Fossen	johan@econnect-ntnu.no
Ole Christian Grytten	ole@econnect-ntnu.no

Post- og besøksadresse:	*Organisasjonsnummer:*	*Hjemmeside:*
ECONnect, NTNU Dragvoll Institutt for samfunnsøkonomi Bygg 7, Nivå 5 7491 Trondheim	NO 994 625 314	www.econnect-ntnu.no

Merk: Eksamensbesvarelsene har i varierende grad feil og mangler, både oppsett og innhold. De vil også kun vise en av flere mulige fremgangsmåter. ECONnect står ikke ansvarlig for selve faginnholdet.

Kommentar fra sensor:

Oppgave 1:
Alle delspørsmål i oppgave 1 er analytisk korrekt besvart. Gode forklaringer følger med svarene, noe som viser at kandidaten tydelig har forstått porteføljeteori og diversifisering.
Kandidaten gir et veldig godt helhetsinntrykk i oppgave 1. Kandidaten kunne med fordel tydelig nevnt i delspørsmål f) hva som er årsaken til at $w_A > w_{min}$.

Oppgave 2:
Kandidaten gir et godt helhetsinntrykk også i oppgave 2. Delspørsmålene a) og b) er korrekt analytisk besvart, med gode forklaringer som viser at kandidaten har forstått temaet. Intuisjon i delspørsmål b) er spesielt god. I delspørsmål c) tar kandidaten korrekt utgangspunkt i de to hypotesene gjennomgått på forelesning. Forventningshypotesen godt forklart. Litt svakere forklaring av likviditetspreferansehypotesen da kandidaten blander inn mer generelle obligasjoner, når oppgaven forutsetter nullkupongobligasjoner. I delspørsmål d) formulerer kandidaten selvstendig problemstillingen og finner korrekt svar. Veldig gode forklaringer underveis i utregningen.

Oppgave 3:
Alle delspørsmål i oppgave 3 er korrekt analytisk besvart med gode forklaringer. Kandidaten viser utmerket forståelse for hva sikringsbrøken er, og hvordan denne kan benyttes sammen med opplysningene gitt i oppgaveteksten til å finne opsjonsprisen. En ytterligere presisering/ utregning av arbitrasjestrategi i delspørsmål c) hadde gjort besvarelsen av oppgave 3 fullendt.

Besvarelsen ble som helhet vurdert som fremragende, og oppfyller beskrivelsen gitt i NTNU sin karakterskala for karakter **A**: ”Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Kandidaten viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet.”

Hans Jørgen Tranvåg
sensor

Oppgave 1: (50%)
Vi betrakter en portefølje bestående av to aktiva, A og B. Variansen til avkastningen for denne porteføljen kan skrives

$$\sigma_P^2 = w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB},$$

der w_A og w_B er andelene investert i henholdsvis aktivum A og B, σ_A og σ_B er standard-avviket til avkastningen for de to aktivaene, og σ_{AB} er kovariansen mellom avkastningen til de to aktivaene.

a) Anta at korrelasjonen mellom avkastningen til de to aktivaene er $\rho_{AB} = -1$. Vis at variansen til porteføljeavkastningen i dette tilfellet kan skrives

$$\sigma_P^2 = (w_A\sigma_A - (1 - w_A)\sigma_B)^2.$$

b) Hva er minste porteføljevarians du kan oppnå med korrelasjon som i a)? Hvilken andel investert i aktivum A gir denne minimum porteføljevariansen i tilfellet der $\sigma_A = 0{,}2$ og $\sigma_B = 0{,}1$?

c) Vis at den porteføljeandelen investert i aktivum A som minimerer variansen til porteføljeavkastningen generelt kan skrives (Du skal altså ikke lenger anta at $\rho_{AB} = -1$):

$$w_A = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}}.$$

d) Hva kan du si om standardavviket til avkastningen til de to aktivaene, σ_A og σ_B, dersom du finner det optimalt å investere like mye i de to aktivaene for å minimere porteføljevariansen? (Hint: Sett $w_A = \frac{1}{2}$). Forklar hvorfor.

I det videre skal du la $E[r_A]$ og $E[r_B]$ være forventet avkastning på henholdsvis aktivum A og B. Din nyttefunksjon er på formen $U = E[r_P] - \frac{1}{2}X\sigma_P^2$, der $E[r_P]$ er forventet portefølje-avkastning og X er din risikoaversjonskoeffisient.

e) Anta nå at $E[r_B] = r_f$ og $\sigma_B = 0$. Vi betrakter nå altså aktivum B som et risikofritt alternativ med sikker avkastning lik den risikofrie renta. Finn et uttrykk for optimal andel investert i A. Forklar uttrykket du finner. Hvor stor er denne andelen i tilfellet der $E[r_A] = 12\%$, $\sigma_A = 20\%$, $r_f = 3\%$ og $X = 3$?

f) Vi gjeninnfører nå usikkerhet i avkastningen til aktivum B. Dvs. $E[r_B] \neq r_f$ og $\sigma_B \neq 0$. Finn et uttrykk for optimal andel investert i A. Forklar uttrykket du finner. Hvor stor er denne andelen i tilfellet der $E[r_A] = 12\%$, $\sigma_A = 20\%$, $E[r_B] = 9\%$, $\sigma_B = 10\%$, $\rho_{AB} = 0{,}25$ og $X = 3$? Hva vil du si om din tilpasning i dette tilfellet?

Oppgave 2: (30%)
Du observerer følgende priser på nullkupongobligasjoner med ulik løpetid som gir 100 kroner ved forfall:

Løpetid (i år)	Pris i dag (i kroner)
1	98,14

2	95,93
3	92,86

a) Finn yielden på nullkupongobligasjonene (“spotrenta”) per år for hver løpetid.
b) Finn dagens terminrente (“forwardrente”) for hver periode.
c) Gitt svarene dine i b), hva kan du si om forventet fremtidig rentenivå sett fra tidspunkt 0?
d) Forklar hvorfor prisen på en nullkupongobligasjon med 4-års løpetid, som betaler 100 kroner ved forfall, ikke kan være $93{,}85$ kroner. Hva er høyeste rimelige pris på en slik 4-årig nullkupongobligasjon?

Oppgave 3: (20%)
Betrakt aksjen til selskapet NewEnergy AS som antas å følge en binomial modell. Vi ser på to tidspunkt; 0 og T. Aksjekurs i dag er $S_0 = 100$, og de to mulighetene på tidspunkt T er $S_T = 160$ eller $S_T = 80$. Aksjen betaler ikke dividende mellom tidspunkt 0 og T, og risikofri rente mellom de to tidspunktene er 2%.

a) Illustrer aksjens kursutvikling i et binomisk tre. Vis deretter payoff for en kjøpsopsjon med utøvelsespris $X = 110$ i de to mulige tilstandene på tidspunkt T. Hva er sikringsbrøken for opsjonen?
b) Hva er prisen på kjøpsopsjonen på tidspunkt 0.
c) En salgsopsjon på aksjen til selskapet NewEnergy AS med utøvelsespris $X = 110$, selges for $P_0 = 22{,}32$ på tidspunkt 0. Er salgsopsjonen korrekt priset?

Oppgåve 1: (50%)
Vi ser på ei portefølje som inneheld to aktivum, A og B. Variansen til avkastninga for denne porteføljа kan skrivast

$$\sigma_P^2 = w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB},$$

der w_A og w_B er andelane investert i hhv. aktivum A og B, σ_A og σ_B er standardavviket til avkastninga for våre to aktiva, og σ_{AB} er kovariansen mellom avkastninga til aktiva A og B.

a) Anta at korrelasjonen mellom avkastninga til dei to aktivuma er $\rho_{AB} = -1$. Vis at variansen til porteføljeavkastninga i dette tilfellet kan skrivast

$$\sigma_P^2 = (w_A\sigma_A - (1 - w_A)\sigma_B)^2.$$

b) Kva er minste porteføljevarians du kan oppnå med korrelasjon som i a)? Kva andel investert i aktivum A gjev denne minimum porteføljevariansen i tilfellet der $\sigma_A = 0{,}2$ og $\sigma_B = 0{,}1$?

c) Vis at den porteføljeandelen investert i aktivum A som minimerar variansen til porteføljeavkastninga generelt kan skrivast (Du skal altså ikkje lenger anta at $\rho_{AB} = -1$):

$$w_A = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}}.$$

Merk! Studentene må primært gjøre seg kjent med sensur på stud.web eller ved å oppsøke sensuroppslagene. Evt telefoner om sensur må rettes til instituttet. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike telefoner.

NTNU

Kandidatnr. 10002

Dato: 100610 Side: 1.

Fagnr/emnekode SØK 2005

Antall ark: 17

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

Oppgave 1a:

Variansen til avkastninga er gitt som:

$$\sigma_p^2 = W_A^2 \cdot \sigma_A^2 + W_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 W_A W_B \cdot \sigma_{AB}$$

Vi har videre oppgitt at $\rho_{AB} = -1$.
Dette vil si at de to aktiva er perfekt negativt korrelert. Fra definisjonen av korrelasjonskoeffisienten finner vi:

$$\rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \cdot \sigma_B} \Rightarrow \sigma_{AB} = \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$$

Når vi så setter inn for $\rho_{AB} = -1$ får vi:

$$\sigma_p^2 = W_A^2 \cdot \sigma_A^2 + W_B^2 \cdot \sigma_B^2 \pm 2 W_A W_B \sigma_A \cdot \sigma_B$$

Videre utnytter vi oss av at summen av porteføljevektene må summere seg til 1, som gir:

$$W_A + W_B = 1 \Rightarrow W_B = (1 - W_A)$$

Står igjen med:

$$\sigma_p^2 = W_A^2 \cdot \sigma_A^2 + (1 - W_A)^2 \cdot \sigma_B^2 - 2 \cdot W_A \cdot (1 - W_A) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$$

Svaret oppgitt i oppgaven, som vi skal finne,

$$\sigma_p^2 = (W_A \cdot \sigma_A - (1 - W_A) \cdot \sigma_B)^2$$

Tapir Uttrykk 04/09

Kandidatnr. 10002

Dato: 100610 Side: 2.

Antall ark: 17

Fagnr/emnekode SØK 2005

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

Kan vi ser at er en annengradslikning av formen:

$(a-b)^2$

Som ganget ut gir:

a^2+b^2-2ab =

Med $a = w_A \cdot \sigma_A$, $b = (1-w_A)\cdot\sigma_B$ ~~og~~

har vi da bevist hvorfor variansen til porteføljeavkastningen er gitt som:

$$\sigma_p^2 = (\underbrace{w_A\cdot\sigma_A}_{a} \div \underbrace{(1-w_A)\cdot\sigma_B}_{b})^2$$

$a^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2$, $b^2 = (1-w_A)^2\cdot\sigma_B$, $-2ab = -2w_A\sigma_A\cdot(1-w_A)\cdot\sigma_B$

b) Jeg synes det da er greiest å starte med uttrykket som er ganget ut, nemlig:

$$\sigma_p^2 = w_A^2\cdot\sigma_A^2 + (1-w_A)\cdot\sigma_B^2 - 2\cdot w_A\cdot(1-w_A)\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B$$

Skal altså da velge den porteføljevekten (w_A) som minimerer variansen til porteføljen. Dette løses ved å derivere mhp. w_A for å finne nullpunkt:

Den gule kopien beholder du

Tapir Uttrykk 04/09

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

$$\frac{\partial \sigma_p^2}{\partial w_A} = 2w_A \cdot \sigma_A^2 + 2\cdot(1-w_A)\cdot\sigma_B^2\cdot(-1) - 2\cdot(1-w_A)\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B + 2w_A\sigma_A\cdot\sigma_B = 0$$

$$\Rightarrow 2w_A\cdot\sigma_A^2 + 2w_A\cdot\sigma_B^2 + 2w_A\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B + 2w_A\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B = 2\sigma_B^2 + 2\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B$$

Deler på 2:

$$w_A\cdot\left[\sigma_A^2 + \sigma_B^2 + 2\sigma_A\cdot\sigma_B\right] = \cancel{2}\,\sigma_B^2 + \sigma_A\cdot\sigma_B$$

$$w_A^* = \frac{\sigma_B^2 + \sigma_A\cdot\sigma_B}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 + 2\cdot\sigma_A\cdot\sigma_B}$$

Dette er optimal andel plassert i A, med perfekt negativt korrelerte aktiva.

Med: $\sigma_A = 0.2$ og $\sigma_B = 0.1$ vil det gi:

$$w_A = \frac{0.1^2 + 0.2\cdot 0.1}{0.2^2 + 0.1^2 + 2\cdot 0.2\cdot 0.1} = \frac{0.03}{0.09} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

Variansen til porteføljen er da:

$$\sigma_p^2 = 0.2^2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 0.1^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot 0.2\cdot 0.1 = 0$$

Vi kan altså fjerne all porteføljerisiko ved perfekt negativ korrelasjon mellom det to aktiva.

c)
Har vel nesten allerede gjort det, men vi kan altså generelt skrive porteføljevariansen til P som:

$$\sigma_p^2 = W_A^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-W_A)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot W_A \cdot (1-W_A) \cdot \sigma_{AB}$$

Hvis jeg nå igjen deriverer mhp. W_A, og setter lik 0, altså minimumspunkt (andrederiverte er positiv).

$$(*)\ \frac{\partial \sigma_p^2}{\partial W_A} = 2W_A \cdot \sigma_A^2 + 2 \cdot (1-W_A) \cdot \sigma_B^2 \cdot (-1) + 2W_A \cdot \sigma_{AB} \cdot (-1) + 2(1-W_A) \cdot \sigma_{AB} = 0$$

Deler på 2:

$\Rightarrow$

$$W_A \sigma_A^2 + W_A \sigma_B^2 - W_A \cdot \sigma_{AB} - W_A \sigma_{AB} = \sigma_B^2 - \sigma_{AB}$$

$$W_A^* = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}}$$

Og vi har med det vist det vi skal vise. Kan vise at dette er minimum ved å finne andrederivert (fra *).

$$\frac{\partial^2 \sigma_p^2}{\partial W_A^2} = 2\sigma_A^2 + 2\sigma_B^2 - 2\sigma_{AB} - 2\sigma_{AB}$$

Siden: $\sigma_{AB} = \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$
Må $\sigma_A^2 + \sigma_B^2$ være større eller lik $2\sigma_{AB} = 2 \cdot \rho \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$ fordi ρ ikke er større enn 1.

d) Gjør som hintet sier, og setter $w_A = 1/2$:

$$\frac{1}{2} = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}}$$

$$\Rightarrow \sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB} = 2 \cdot [\sigma_B^2 - \sigma_{AB}]$$

$$\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - \cancel{2\sigma_{AB}} = 2 \cdot \sigma_B^2 - \cancel{2\sigma_{AB}}$$

Ser da at vi står igjen med:

$$\sigma_A^2 = \sigma_B^2 \Rightarrow \sigma_A = \sigma_B.$$

Vi ser da, at dersom det er optimalt å investere like mye i hvert av de to aktiva, at de to aktiva må være like risikable, i den forstand at de er like risikable.

[Dette er en matematisk egenskap ved produktet av to tall som summeres, som sier at høyeste verdi finnes ved å multiplisere de to snittene. Som før: et kvadrat er maksimum areal av en firkant med gitt omkrets.] (her er det under brøk, så det blir invers).

Argumentet holder også vann rent logisk. Hvis to aktiva er like risikable, vil det være gunstig å ikke satse alt på ett kort, da dette vil gjøre at du risikerer å miste alt.

NTNU

Kandidatnr. 10002

Dato: 100610 Side: 6

Fagnr/emnekode SØK 2005 Antall ark: 17

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

Hvis de to aktiva har forventet avkastning lik μ, og varians σ^2, vil investering i 1 av dem gi:

$E(\text{Avkastning}) = \mu$
$Var(\text{Avkastning}) = \sigma^2$

Hvis du investerer halvparten i hver:

$E(\text{Avkastning}) = \frac{1}{2}\mu + \frac{1}{2}\mu = \mu$
$Var(\text{Avkastning}) = (\frac{1}{2})^2 \cdot \sigma^2 + (\frac{1}{2})^2 \cdot \sigma^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \sigma \cdot \sigma$

$Var(\text{Avk}) = \frac{1}{2}\sigma^2 + \frac{1}{2}\rho \cdot \sigma^2$

Ser da her at variansen vil være: (for gitt ρ)

$\rho = -1 \Rightarrow Var(P) = 0$
$\rho = -0{,}5 \Rightarrow Var(P) = \frac{1}{4}\sigma^2$
$\rho = 0 \Rightarrow Var(P) = \frac{1}{2}\sigma^2$
$\rho = 0{,}5 \Rightarrow Var(P) = 3/4\, \sigma^2$
$\rho = 1 \Rightarrow Var(P) = \sigma^2$.

Vi har altså lavere varians, for samme forventede avkastning for alle tilfeller på ρ, utenom $\rho = 1$, hvor de er perfekt positivt korrelert, og vi vil da ikke ha noen diversifiseringsgevinst.

Den gule kopien beholder du

Tapir Uttrykk 04/09

e)

$$U = E(R_P) - \frac{1}{2} X \cdot \sigma_P^2$$

$$E(R_B) = r_f \ , \ \sigma_B = 0$$

Det finnes ingen risiko i B, og således vil også kovariansen med A være 0.

$$\sigma_{AB} = 0.$$

Det gir:

$$E(R_P) = W_A \cdot E(R_A) + (1 - W_A) \cdot r_f$$

$$Var(R_P) = W_A^2 \cdot \sigma_A$$

Setter nå inn for dette i nyttefunksjonen:

$$U = \left[W_A \cdot E(R_A) + (1 - W_A) \cdot r_f \right] - \frac{1}{2} \cdot X \cdot W_A^2 \cdot \sigma_A^2$$

Maksimerer nytten mhp. W_A:

$$\frac{\partial U}{\partial W_A} = E(R_A) - r_f - X \cdot \sigma_A^2 \cdot W_A = 0$$

$$W_A = \frac{E(R_A) - r_f}{X \cdot \sigma_A^2}$$

Skal så tolke de partielle effektene:

Hvis alt annet likt:

- Avkastningen til A går opp ⇒ ~~mer~~ større andel i A.
- Risikofri rente går opp ⇒ Mindre andel i A.
- Høyere risikoaversjon tilsier mindre plassert i A.
- Høyere varians tilsier mindre plassert i A.

Setter inn for tallene i oppgaven:

$$W_A = \frac{12\% - 3\%}{3 \cdot 20\%^2} = \frac{9\%}{12\%} = 0{,}75 = \underline{\underline{75\%}}$$

f) Dette gir:

$$E(R_P) = W_A \cdot E(R_A) + (1 - W_A) \cdot E(R_B)$$

$$\sigma_P^2 = W_A^2 \cdot \sigma_A^2 + (1 - W_A)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot W_A \cdot (1 - W_A) \cdot \sigma_{AB}$$

Nyttefunksjonen er gitt ved:

$$U = \left[W_A \cdot E(R_A) + (1 - W_A) \cdot E(R_B)\right] - \frac{1}{2} \cdot X \cdot \left[W_A^2 \cdot \sigma_A^2 + (1 - W_A)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2W_A(1 - W_A) \cdot \sigma_{AB}\right]$$

Deriverer så denne mhp. W_A for å finne maksimum

$$\frac{dU}{\delta W_A} = E(R_A) - E(R_B) - \frac{1}{2} \cdot X\left[2W_A\sigma_A^2 - 2(1 - W_A) \cdot \sigma_B^2 - 2W_A\sigma_{AB} + 2 \cdot (1 - W_A)\sigma_{AB}\right] = 0$$

NTNU

Kandidatnr. 10002

Dato: 100610 Side: 9.

Fagnr/emnekode SØK 3005

Antall ark: 17

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

$$\frac{2\cdot(E(R_A)-E(R_B))}{X} = 2w_A\sigma_A^2 + 2w_A\sigma_B^2 - 4w_A\sigma_{AB} - 2\sigma_B^2 + 2\sigma_{AB} \quad \Big| \cdot \frac{1}{2}$$

$$W_A = \frac{E(R_A)-E(R_B)}{X(\sigma_A^2+\sigma_B^2-2\sigma_{AB})} + \frac{\sigma_B^2-\sigma_{AB}}{\sigma_A^2+\sigma_B^2-2\sigma_{AB}}$$

Ser her at andelen plassert i A, w_A inneholder minimumvariansporteføljen (siste ledd). Dette er utgangspunktet. Det første leddet kan sees på som en endring av vekt som følge av avkastningsforskjeller mellom A og B, i tillegg til risikoaversjon. Ser at avvikene vil bli større fra MVP for lavere verdier på X, alt annet likt.

Med tallene i oppgaven:

$$W_A = \frac{12\% - 9\%}{3\cdot(0.2^2+0.1^2+\cancel{2}\,0.25\cdot0.1\cdot0.2)} + \frac{(0.1^2 - 0.25\cdot0.1\cdot0.2)}{0.2^2+0.1^2-2\cdot0.25\cdot0.2\cdot0.1}$$

$$W_A = \frac{3\%}{\cancel{12}\,12\%} + 0.125 = \cancel{\ldots}\ \underline{\underline{37{,}5\%}}$$

Optimal andel plassert i A er 37,5%, som gir ~~B~~ 62,5% plassert i B. Vi ser her at vi ønsker å holde mer av B enn A. A er den mest risikable, og for 3 som risikoaversjonskoeffisient så gir svaret mening. Man skyr risiko til noen grad.

Den gule kopien beholder du

Tapir Uttrykk 04/09

Oppgave 2 a)

Man får 100 kroner ved forfall, og må betal P_0 kroner for den retten. Renta fra år 0, til år T skriver jeg som:

$r_{0,T}$

Starter med den på ett år. Vi betaler altså 98,14, og det skal da bli til 100 kroner i løpet av et år.

$$98.14 \cdot (1+r_{0,1})^1 = 100$$

evt generelt:

$$P_0 \cdot (1+r_{0,T})^T = 100$$

Løsningen:

$$r_{0,T} = \left(\frac{100}{P_0}\right)^{\frac{1}{T}} - 1$$

Det gir

$$r_{0,1} = \left(\frac{100}{98,14}\right)^1 - 1 = 1,8952\% \approx 1,9\%$$

$$r_{0,2} = \left(\frac{100}{95,93}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 2,0993 \approx 2,1\%$$

$$r_{0,3} = \left(\frac{100}{92,186}\right)^{1/3} - 1 = 2,49998.. \approx 2,5\%$$

NTNU

Kandidatnr. 10002

Dato: 100610 Side: 11

Fagnr/emnekode SØK 2005 Antall ark: 17

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

Dette er altså gjennomsnittlig årlig rente vi ~~[illegible]~~ får om vi kjøper disse null-kupongobligasjonene i dag.

b) Terminrenta er altså den renta som ligger implisitt i obligasjonene over flere år. De utledes ved arbitrasjeargument. Argumentet er at strategi 1:

- Kjøpe en toårsobligasjon i dag.

skal være ekvivalent med strategi 2:

- Kjøper en ettårsobligasjon i dag, og avtale bindende at du skal kjøpe en ettårsobligasjon om ett år. Hvis disse to strategiene har samme ~~[illegible]~~ må de også ha samme pris. Renta på toårsobligasjonen må da altså være lik renta til de to ettårs-strategiene.

~~[illegible]~~

$$(1+r_{0,2})^2 = (1+r_{0,1})\cdot(1+f_{1,2})$$

Eller generelt:

$$(1+r_{0,T})^T = (1+r_{0,T-1})^{T-1}\cdot(1+f_{T-1,T})$$

Den gule kopien beholder du

Tapir Uttrykk 04/09

NTNU

Kandidatnr. 10002

Dato: 100610 Side: 12

Fagnr/emnekode SØK 2005

Antall ark: 17

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

Generell løsning:

$$f_{T-1,T} = \frac{(1+r_{0,T})^T}{(1+r_{0,T-1})^{T-1}} - 1$$

Renta for periode [0,1] er gitt ved spotrenta, 1,9%.

Renta for perioden [1,2]

$$\Rightarrow f_{1,2} = \frac{(1+2,1\%)^2}{(1+1,9\%)} - 1 = \underline{\underline{2,3\%}}$$

Renta for perioden [2,3]

$$f_{2,3} = \frac{(1+2,5\%)^3}{(1+2,1\%)^2} - 1 = \underline{\underline{3,3\%}}$$

c) Som vi ser fra svarene mine, er termin-renta stigende, fra 1,9% første år til 2,3% og 3,3% neste år. Om forventet framtidig rentenivå er stigende kommer litt an på hva vi legger i terminrenta. Her finnes to hypoteser. Den ene, forventningshypotesen sier at forventet framtidig spotrente er den samme som terminrenta. Motstykket kalles likviditetspreferanse-hypotesen, og den sier at lengre renter gis en likviditetspremie, i den forstand at en toårsobligasjon gir høyere yield enn to ettårsobligasjoner. Dette grunnet investorers

Kandidatnr. 10002

Dato: 100610 Side: 13

Fagnr/emnekode TØI 2005

Antall ark: 17

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

preferanser til å ha muligheten til å bruke pengene. I obligasjoner har du i tillegg til konkursrisiko også renterisiko. Dette kan gjøre at du blir sittende med en lang obligasjon uten å få solgt den til den prisen man trodde før utløp. Denne risikoen ønsker man å få kompensert, og hypotesen sier da at terminrentene vi henter er høyere enn det som er forventet fremtidig rente. Når det er sagt, så er det vel liten tvil om at det vil være en stigende rentenivå på toppene, gitt at dette er gode verdipapirer med liten kredittrisiko.

d) Viser hva problemet blir ved å finne den renta på 4-årsobligasjonen:

$$r_{0,4} = \left(\frac{100}{93{,}85}\right)^{1/4} - 1 = 1{,}6\%$$

Dette ville gitt en forward-rente fra 3 til 4 på:

$$f_{3,4} = \frac{(1+1{,}6\%)^4}{(1+2{,}5\%)^3} - 1 = \underline{-1{,}05\%}$$

Dette er en negativ rente, og det er derfor ikke sannsynlig at noen er interessert i å betale for å låne bort pengene sine. Finner høyeste rimelige pris ved å sette forward-renta fra 3 til 4 lik 0, og får da en høyeste grense ved hjelp av det.

Kandidatnr. 10002

Dato: 100610 Side: 14.

Fagnr/emnekode Søk 2005

Antall ark: 17

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

Renta på 4-årsobligasjonen blir da:

$$(1+r_{0,4})^4 = (1+r_{0,3})^3 \cdot (1+\overset{0}{f_{3,4}}) =$$

$$r_{0,4} = \left[(1+r_{0,3})^3\right]^{\frac{1}{4}} - 1 = 1,8692 \approx \underline{1,9\%}$$

$$P_{0,4}(1,019)^4 = 100$$

$$P_{0,4} = \frac{100}{(1+1,9\%)^4} = \underline{\underline{92,75}}$$

/ Avrundingsfeil gir ulikt svar med 3-årsobligasjonen.

~~(Jeg mistenker at svaret skulle vært samme som 3-års, men ikke sikker)~~

Den høyeste rimelige pris på denne obligasjon, som gir ikke-negativ forward-rente fra 3 til 4 er altså 92,75 kroner. (Avrundingsfeil).

Oppgave 3a

$$S_T^u = 160$$

$$S_0 = 100$$

$$S_T^D = 80$$

$$r_f = 2\%$$

Payoff for en kjøpt call er gitt ved:

$\max[S_T - X, 0]$

Det gir:

$$\text{Payoff} \begin{cases} 50 & \text{hvis opp} \\ 0 & \text{hvis ned} \end{cases}$$

Sikringsbrøken finner vi ved å se for oss en situasjon der vi selger en call-opsjon, og ønsker å sikre den posisjonen ved å kjøp aksjer, slik at vi har ingen risiko.

Hvis vi kjøper H aksjer har vi følgende payoff i de to mulige tilstandene:

Opp: $H \cdot S_T^u - 50 = 160H - 50$
Ned: $H \cdot S_T^D = 80H$

For at payoff skal bli lik, setter vi de to lik hverandre, og løser for H:

$160H - 50 = 80H$

$80H = 50$

$H = 5/8$

Hvis vi selger en call, og kjøper 5/8 aksje har vi sikret posisjonen vår, og har ingen risiko.

Oppgave 3b

~~Vi ha~~ Posisjonen vår her, er altså at vi har sikker payoff lik 50, uavhengig av tilstand.

Prisen på denne posisjonen er gitt ved:

$H \cdot S_0 - C = 62{,}5 - C$

Vi har da prisen i dag, som er sikker, og payoff om ett år, som er sikker.

Uten risiko skjønner vi da at denne posisjonen skal 'tjene' den risikofrie renta. Vi har da:

$$\frac{50}{62{,}5 - C} = (1 + r_f)$$

$\Rightarrow 50 = 63{,}75 - 1.02C$

$1{,}02C = 63{,}75 - 50$

$$C = \frac{63{,}75 - 50}{1.02} = \underline{\underline{13{,}48 \text{ kroner}}}$$

Prisen på denne opsjonen er altså gitt ved 13,48 kroner.

NTNU

Kandidatnr. 10002

Dato: 100610 Side: 17

Fagnr/emnekode SØK 2005

Antall ark: 17

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

3c)

Bruker her put-call-pariteten som sier:

$$C - P = S - \frac{X}{(1+r)^T}$$

Løser for P:

$$P = C - S + \frac{X}{1{,}02} = 13{,}48 - 100 + 107{,}84$$

$$P = 21{,}32$$

Hvis mine beregninger er korrekte, skulle den put-opsjonen ha kostet 21.32 kroner, altså 1 krone mindre enn det som er salgsprisen. Dette er en arbitrasjemulighet, som kan utnyttes ved å selge put, og hedge den med en syntetisk put av call, risikofritt og underliggende.

Tapir Uttrykk 04/09