ECONnect NTNU

Faktor

- en eksamensavis utgitt av ECONnect

Eksamensbesvarelse:
SØK2005 – Finansmarkeder

Eksamen:	Vår 2011
Antall sider:	14

Om ECONnect:

ECONnect er en frivillig studentorganisasjon for studentene på samfunnsøkonomi- og finansøkonomistudiet ved NTNU. Vi arbeider for økt faglig kompetanse blant våre studenter samt tettere kontakt med næringslivet. Det gjør vi ved å arrangere fagdager, gjesteforelesninger, bedriftspresentasjoner m.m. I dag går det ca. 200 studenter på bachelornivå (1.-3. klasse) og ca. 70 studenter på masternivå (4.-5. klasse). Studentene på masternivå er fordelt på de to linjene samfunnsøkonomi (ca. 50 stk) og finansiell økonomi (ca. 20 stk). Mer om ECONnect og aktuelle arrangementer på www.econnect-ntnu.no.

ECONnect består av følgende personer ved utgivelsestidspunkt:

Ole Christian Grytten(Leder)	ole@econnect-ntnu.no
Mariell Toven(Økonomiansvarlig/kandidattreffet)	mariell@econnect-ntnu.no
Daniel Johansson (Bedriftsansvarlig)	daniel@econnect-ntnu.no
Johan Berg Fossen(Fagdagsansvarlig)	johan@econnect-ntnu.no
Georg Næsheim	georg@econnect-ntnu.no
Ellen Normann	ellen@econnect-ntnu.no
Ragnhild Grøv	ragnhild@econnect-ntnu.no
Martine Ødegård(Faktoransvarlig)	martine@econnect-ntnu.no
Inga Friis	inga@econnect-ntnu.no
Caroline Lesiewicz	caroline@econnect-ntnu.no

Post- og besøksadresse:	*Organisasjonsnummer:*	*Hjemmeside:*
ECONnect, NTNU Dragvoll Institutt for samfunnsøkonomi Bygg 7, Nivå 5 7491 Trondheim	NO 994 625 314	www.econnect-ntnu.no

Merk: Eksamensbesvarelsene har i varierende grad feil og mangler, både oppsett og innhold. De vil også kun vise en av flere mulige fremgangsmåter. ECONnect står ikke ansvarlig for selve faginnholdet.

Kort kommentar til eksamensbesvarelse i *SØK2005 – Finansmarkeder* våren 2011 for kandidatnummer 10029.

Kandidatnummer 10029 fikk karakter **A**

Oppgave 1:

Alle delspørsmål i oppgave 1 er analytisk korrekt besvart. Gode forklaringer følger med svarene, noe som viser at kandidaten tydelig har forstått porteføljeteori og diversifisering. Kandidaten gir et veldig godt helhetsinntrykk i oppgave 1. Kandidaten kunne med fordel tydelig nevnt i delspørsmål e) hva som er årsaken til at $w_A < w_{min}$.

Oppgave 2:

Kandidaten gir et godt helhetsinntrykk også i oppgave 2. Delspørsmålene a) og b) er korrekt analytisk besvart, med en god introduksjon til oppgaven som viser at kandidaten har forstått temaet. I delspørsmål c) tar kandidaten korrekt utgangspunkt i de to hypotesene gjennomgått på forelesning, og diskuterer godt. I delspørsmål d) formulerer kandidaten selvstendig problemstillingen og finner korrekt svar.

Oppgave 3:

Delspørsmål a) og b) er særdeles godt besvart, der kandidaten utleder forwardprisen basert på fravær av arbitrasje med gode forklaringer. Videre viser kandidaten god forståelse for derivater i overgangen til delspørsmål c). Delspørsmål c) er videre veldig godt besvart, med korrekt svar og god forklaring. Delspørsmål d) er også godt besvart, med gode forklaringer. Et lite trekk for ikke å nevne at konklusjonen er betinget på at underliggende aktiva ikke utbetaler dividende.

Besvarelsen ble som helhet vurdert som fremragende, og oppfyller beskrivelsen gitt i NTNU sin karakterskala for karakter **A**: ”Fremragende prestasjon som klart utmerker seg. Kandidaten viser svært god vurderingsevne og stor grad av selvstendighet.”

Hans Jørgen Tranvåg

faglærer/sensor

NTNU

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for samfunnsøkonomi

EKSAMENSOPPGAVE I SØK2005

FINANSMARKEDER

Faglig kontakt under eksamen: Hans Jørgen Tranvåg
Tlf.: 9 1666

Eksamensdato: Fredag 10. juni 2011

Eksamenssted: Dragvoll

Eksamenstid: 4 timer

Studiepoeng: 7,5

Tillatte hjelpemidler: Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Enkel kalkulator Citizen SR-270x el. HP 30S.

Sensur: 4. juli 2011

Antall sider bokmål: 2
Antall sider nynorsk: 2

Bokmål:

Eksamensoppgaven består av 3 oppgaver med delspørsmål som alle skal besvares. Vektlegging ved sensur er gitt i parentes.

Oppgave 1: (40%)
Du evaluerer en portefølje bestående av to aktiva, A og B. Variansen til avkastningen på denne porteføljen kan skrives

$$\sigma_P^2 = w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB},$$

der w_A og w_B er andelene investert i henholdsvis aktivum A og B, σ_A og σ_B er standardavviket til avkastningen for de to aktivaene, og σ_{AB} er kovariansen mellom avkastningen til de to aktivaene.

a) Vis at den porteføljeandelen investert i aktivum A som minimerer variansen til porteføljeavkastningen kan skrives

$$w_A = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}}.$$

b) Tenk deg en situasjon der $\sigma_A = \sigma_B$. Hvilken andel investert i A gir da lavest porteføljevarians? Forklar.

c) La $E[r_A]$ og $E[r_B]$ angi forventet avkastning på henholdsvis aktivum A og B. Anta $E[r_A]=10\%$, $\sigma_A = 20\%$, $E[r_B]=r_f=4\%$ og $\sigma_B = 0$. Vi betrakter altså aktiva B som et risikofritt aktivum med sikker avkastning lik risikofri rente. Hva er forventet avkastning på en portefølje med standardavvik 15% ?

I det videre skal du anta en aktør med preferanser gitt ved $U = E[r_P] - \frac{1}{2}X\sigma_P^2$, der $E[r_P]$ er forventet porteføljeavkastning og X er risikoaversjonskoeffisienten.

d) Finn et generelt uttrykk for optimal andel investert i aktivum A når aktiva B er risikofritt. Hvor stor er denne andelen dersom $X = 2,5$ og investeringsmulighetene er som i c)?

e) Vi gjeninnfører nå usikkerhet for aktivum B, slik at $E[r_B] \neq r_f$ og $\sigma_B > 0$. Finn et generelt uttrykk for optimal andel investert i aktivum A. Hvor stor er denne andelen for $E[r_A]=10\%$, $\sigma_A = 20\%$, $E[r_B]=14\%$, $\sigma_B = 40\%$, $\rho_{AB} = 0,25$ og $X = 2,5$? Hvordan vil du beskrive aktørens tilpasning?

Oppgave 2: (30%)
Du observerer følgende priser på nullkupongobligasjoner med ulik løpetid som alle gir 100 kroner ved forfall:

Løpetid (i år)	Pris i dag (i kroner)
1	96,62
2	92,46
3	88,26
4	82,27

a) Finn årlig yield på nullkupongobligasjonene (''spotrenta'') for hver løpetid.
b) Hva er dagens terminrente (''forwardrente'') for lån mellom år 1 og 2, mellom år 2 og 3, og mellom år 3 og 4?
c) Gitt svarene dine i b), hva kan du si om forventet fremtidig rentenivå sett fra tidspunkt 0?
d) Hvorfor er det ikke mulig at prisen på en nullkupongobligasjon som gir 100 kroner om fem år er 83,11 kroner? Hva er høyeste rimelige pris på en slik 5-årig nullkupongobligasjon?

Oppgave 3: (30%)
Aksjer i selskapet Salmon ASA omsettes for 100 kroner på tidspunkt 0. Risikofri rente er 4% mellom tidspunkt 0 og T.

a) Gjør rede for hvordan forwardprisen F_0 for levering av én aksje på tidspunkt T bestemmes dersom Salmon ASA ikke betaler dividende mellom tidspunkt 0 og T. Finn F_0.
b) Forklar hvordan svaret ditt i a) endres dersom selskapet betaler ut sikker dividende D umiddelbart før tidspunkt T. Hva blir F_0 dersom Salmon ASA med sikkerhet utbetaler $D = 2$ kroner per aksje umiddelbart før tidspunkt T?

I det videre skal du anta at Salmon ASA ikke betaler dividende mellom tidspunkt 0 og T. Kursutviklingen til aksjen følger en binomial modell, og aksjen er enten opp eller ned 40% på tidspunkt T.

c) Vis payoff for en europeisk kjøpsopsjon med utøvelsespris $X = 120$ i de to mulige tilstandene på tidspunkt T, der én aksje i Salmon ASA er underliggende aktivum. Hva er prisen på kjøpsopsjonen på tidspunkt 0?
d) Hva kan du si om prisen på en tilsvarende amerikansk kjøpsopsjon? Forklar.

Nynorsk:

Eksamensoppgåva består av 3 oppgåver med delspørsmål som alle skal besvarast. Vektleggjing ved sensur er gjeve i parentes.

Oppgåve 1: (40%)

Du evaluerar ei portefølje beståande av to aktiva, A og B. Variansen til avkastninga på denne porteføljа kan skrivast

$$\sigma_P^2 = w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB},$$

der w_A og w_B er andelane investert i henholdsvis aktivum A og B, σ_A og σ_B er standardavviket til avkastninga for dei to aktivane, og σ_{AB} er kovariansen mellom avkastninga til dei to aktivane.

a) Vis at den porteføljeandelen investert i aktivum A som minimerar variansen til porteføljeavkastninga kan skrivast

$$w_A = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}}.$$

b) Tenk deg ein situasjon der $\sigma_A = \sigma_B$. Kva for ein andel investert i A gjev no lågast porteføljevarians? Forklar.

c) La $E[r_A]$ og $E[r_B]$ vere forventa avkastning på henholdsvis aktivum A og B. Anta $E[r_A] = 10\%$, $\sigma_A = 20\%$, $E[r_B] = r_f = 4\%$ og $\sigma_B = 0$. Vi betraktar altså aktiva B som eit risikofritt aktivum med sikker avkastning lik risikofri rente. Kva er forventa avkastning på ei portefølje med standardavvik 15% ?

I det vidare skal du anta ein aktør med preferanser gjeve ved $U = E[r_P] - \frac{1}{2}X\sigma_P^2$, der $E[r_P]$ er forventa porteføljeavkastning og X er risikoaversjonskoeffisienten.

d) Finn eit generelt uttrykk for optimal andel investert i aktivum A når aktiva B er risikofritt. Kor stor er denne andelen dersom $X = 2{,}5$ og investeringsmoglegheitane er som i c)?

e) Vi gjeninnfører no uvisse for aktivum B, slik at $E[r_B] \neq r_f$ og $\sigma_B > 0$. Finn eit generelt uttrykk for optimal andel investert i aktivum A. Kor stor er denne andelen for $E[r_A] = 10\%$, $\sigma_A = 20\%$, $E[r_B] = 14\%$, $\sigma_B = 40\%$, $\rho_{AB} = 0{,}25$ og $X = 2{,}5$? Korleis vil du beskrive aktørens tilpasning?

Oppgåve 2: (30%)
Du observerar følgjande prisar på nullkupongobligasjonar med ulik løpetid som alle gjev 100 kroner ved forfall:

Løpetid (i år)	Pris i dag (i kroner)
1	96,62
2	92,46
3	88,26
4	82,27

a) Finn årleg yield på nullkupongobligasjonane (''spotrenta'') for kvar løpetid.
b) Kva er dagens terminrente (''forwardrente'') for lån mellom år 1 og 2, mellom år 2 og 3, og mellom år 3 og 4?
c) Gjeve svara dine i b), kva kan du seie om forventa framtidig rentenivå sett frå tidspunkt 0?
d) Kvifor er det ikkje mogleg at prisen på ein nullkupongobligasjon som gjev 100 kroner om fem år er 83,11 kroner? Kva er høgaste rimelege pris på ein slik 5-årig nullkupongobligasjon?

Oppgåve 3: (30%)
Aksjar i selskapet Salmon ASA omsetjast for 100 kroner på tidspunkt 0. Risikofri rente er 4% mellom tidspunkt 0 og T.

a) Gjer greie for korleis forwardprisen F_0 for levering av éin aksje på tidspunkt T fastsetjast dersom Salmon ASA ikkje betalar dividende mellom tidspunkt 0 og T. Finn F_0.
b) Forklar korleis svaret ditt i a) endrast dersom selskapet betalar ut sikker dividende D umiddelbart før tidspunkt T. Kva vert F_0 dersom Salmon ASA med visse utbetalar $D = 2$ kroner per aksje umiddelbart før tidspunkt T?

I det vidare skal du anta at Salmon ASA ikkje betalar dividende mellom tidspunkt 0 og T. Kursutviklinga til aksjen følgjer en binomial modell, og aksjen er anten opp eller ned 40% på tidspunkt T.

c) Vis payoff for ein europeisk kjøpsopsjon med utøvingspris $X = 120$ i dei to moglege tilstandene på tidspunkt T, der éin aksje i Salmon ASA er underliggjande aktivum. Kva er prisen på kjøpsopsjonen på tidspunkt 0?
d) Kva kan du seie om prisen på en tilsvarande amerikansk kjøpsopsjon? Forklar.

Oppgave 1 a)

- Vi antar at formuen fordeles likt mellom de to ureiske aktivaene, dvs $\omega_A + \omega_B = 1$, $\rightarrow \omega_B = 1 - \omega_A$
- Setter inn for ω_B i uttrykket for porteføljevariansen:

$$\rightarrow \sigma_P^2 = \omega_A^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-\omega_A)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2\omega_A \cdot (1-\omega_A) \cdot \sigma_{AB}$$

- Vi minimerer porteføljevariansen mhp ω_A

$$\min_{\omega_A} \sigma_P^2 = \omega_A^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-\omega_A)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2\omega_A (1-\omega_A) \cdot \sigma_{AB}$$

FOB 1) $2\omega_A \cdot \sigma_A^2 - 2(1-\omega_A) \cdot \sigma_B^2 + 2\sigma_{AB}(1-\omega_A) - 2\omega_A \cdot \sigma_{AB} = 0$

$\rightarrow \omega_A \cdot \sigma_A^2 + \omega_A \cdot \sigma_B^2 - \sigma_B^2 + \sigma_{AB} - 2\omega_A \cdot \sigma_{AB} = 0$

$\rightarrow \omega_A(\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}) = \sigma_B^2 - \sigma_{AB}$

$$\Rightarrow \omega_A = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{(\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB})}$$

- Her har vi andelen investert i ω_A som minimerer variansen, merk at $\omega_B = 1 - \omega_A$.

b) Dersom begge aktivaene er like usikre (dvs $\sigma_A = \sigma_B$) vil vi oppnå lavest porteføljevarians ved å investere like mye i hvert aktiva. Vi setter $\sigma_B = \sigma_A$ i min. var. Port.
- uttrykket vårt for å vise dette:

$$\rightarrow \omega_A = \frac{\sigma_A^2 - \sigma_{AB}}{(\sigma_A^2 + \sigma_A^2 - 2\sigma_{AB})} \neq \cancel{\frac{\sigma_A^2(1-\sigma_{AB})}{2\sigma_A^2(1-\sigma_{AB})}} \neq \cancel{\frac{1}{2}}$$

- Benytter at $\sigma_{AB} \equiv \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$

$$\rightarrow \omega_A = \frac{\sigma_A^2 - \rho_{AB} \cdot \sigma_A^2}{2\sigma_A^2 - 2\rho_{AB} \cdot \sigma_A^2} = \frac{\sigma_A^2(1-\rho_{AB})}{2\sigma_A^2(1-\rho_{AB})} = \frac{1}{2}$$

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10029

Dato/*Date:* 10/6-11 Side/*Page:* 2

Emnekode/*Subject* SØK 2005 Antall ark/*Number of pages:* 14

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

- Vi kan se hvordan $\sigma_p^2 < \sigma^2$ dersom vi setter inn andelene i variansen og setter $\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma^2$
- Vi har fastsatt $\sigma_{AB} = \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$ og w_B er nå andelen i aktiva „B" (altså $(1-w_A)$)

$\rightarrow \sigma_p^2 = w_A^2 \cdot \sigma^2 + w_B^2 \cdot \sigma^2 + 2\rho_{AB} \cdot \sigma \cdot \sigma \cdot (\frac{1}{2})^2$

$= 2(\frac{1}{2})^2 \cdot \sigma^2 + 2\rho_{AB}\sigma^2(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 + \frac{1}{2}\sigma^2 \rho_{AB}$

$\rightarrow \underline{\sigma_p^2 = \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 (1 + \rho_{AB})}$

- Vi ser at sålenge korrelasjonen mellom de ulike aktivaene (altså hvor mye/hvordan avkastningen til A og B går sammen) er ulik 1 (som vil gi $\sigma_p^2 = \sigma^2$), vil $\sigma_p^2 < \sigma^2$
- f.eks $\rho_{AB} = 0{,}5 \rightarrow \sigma_p^2 = \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 (1 + 0{,}5) = \underline{\frac{3}{4} \cdot \sigma^2}$
- Dette ser vi er mindre enn en av standardavvikene alene. Dette er hva vi kaller er diversifisering, vi sprer risikoen utover flere aktiva, noe som gitt at $\rho_{AB} \neq 1$, vil minske porteføljerisikoen.

„Vi legger ikke alle eggene i samme kurv!"

c) Dersom vi nå betrakter „B" som risikofritt vil dette endre utrykket til porteføljevariansen vår, det vil ikke være noen risiko knyttet til „B" og heller ingen korrelasjon mellom de to. Forventet avkastning på porteføljen er lik summen av de vektede forventede avkastningene

- $E(r_p) = w_A \cdot E(r_A) + (1 - w_A) \cdot r_f = w_A(E(r_A) - r_f) + r_f$
- $\sigma_p^2 = w_A^2 \cdot \sigma_A^2$

- Vi vil altså finne hva $E(r_p)$ er dersom $\sigma_p^2 = 15\%$

$\rightarrow$ Vi setter $\sigma_p = 0{,}15$ og finner verdien til w_A!

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

-> $\sigma p = wA \cdot \sigma A$, setter inn for σp og σA.

-> $0{,}15 = wA \cdot 0{,}2$, løser mhp wA.

=> $wA = \frac{0{,}15}{0{,}2} = \frac{3}{4}$, setter dette inn i $E(rp)$.

-> $E(rp) = \frac{3}{4}(E(rA) - rf) + rf$, setter inn resten av info.

=> $E(rp) = \frac{3}{4}(0{,}1 - 0{,}04) + 0{,}04 = 0{,}085 = \underline{\underline{8{,}5\%}}$

- Ved å fordele formuen mellom „A" og „rf" vil vi altså ha en forventet avkastning på 8,5% dersom vi har som krav at $\sigma p = 15\%$.

- Videre får vi oppgitt en generell investeringsnytte funksjon, hvor investors nytte er en avveining mellom forventet avkastning og risiko, hvor mye risikoaversjon investor har måles ved „X" og avgjør hvor stor negativ effekt økt risiko har på nytten.

d)

i) Vi finner et generellt uttrykk for optimal andel investert i wA, under samme forutsetninger som i c).

- Setter inn i uttrykket for $E(rp)$ og σp^2

-> $U = wA \cdot (E(rA) - rf) + rf - \frac{1}{2} \cdot X \cdot wA^2 \cdot \sigma A^2$

- Maksimerer nytten mhp wA!

$$\max_{wA} U = wA(E(rA) - rf) + rf - \frac{1}{2} \cdot X \cdot wA^2 \cdot \sigma A^2$$

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10029

Dato/*Date:* 10/6-11 Side/*Page:* 4

Emnekode/*Subject* SØK 2005 Antall ark/*Number of pages:* 14

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

FOB 1) $E(r_A) - r_f - \frac{2}{2} \cdot x \cdot w_A \cdot \sigma_A^2 = 0$

$\rightarrow E(r_p) - r_f = x \cdot w_A \cdot \sigma_A^2$

$\Rightarrow w_A = \frac{E(r_A) - r_f}{x \cdot \sigma_A^2}$ (Husk $w_B = 1 - w_A$)

- Vi ser at andelen investert i „A" vil øke med økt forventet avkastning på „A", mindre risikofritt alternativ (mindre Alternativkostnad) og med mindre risiko / mindre risikoaversjon.
- Vi finner w_A, med $x = 2{,}5$ og resten av verdiene lik det i c):

$$w_A = \frac{0{,}1 - 0{,}04}{2{,}5 \cdot 0{,}2^2} = \frac{3}{5} \quad \left(w_B = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}\right)$$

· Dette medfører $E(r_p) = \frac{3}{5}(0{,}1 - 0{,}04) + 0{,}04 = 0{,}076 = 7{,}6\%$

- Selv om det ikke ble etterspurt i oppgaven.

c) Vi gjeninnfører usikkerhet i Aksjen „B" !

- DVS at uttrykket til variansen går tilbake til slik det var oppgitt i a) og vi bytter ut r_f med $E(r_B)$ i uttrykket for ~~porteføljevariansen~~ forventet porteføljeavkastning.

$$\rightarrow U = \left[w_A(E(r_A) - E(r_B)) + E(r_B)\right] - \frac{1}{2} \cdot x \cdot \left[w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-w_A)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot \sigma_{AB} \cdot w_A \cdot (1 - w_A)\right]$$

i) finn et generelt uttrykk for w_A.

$$\rightarrow \max_{w_A} U = \left[w_A(E(r_A) - E(r_B)) + E(r_B)\right] - \frac{1}{2} \cdot x \cdot \left[w_A^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-w_A)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot \sigma_{AB} \cdot w_A \cdot (1 - w_A)\right]$$

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10029

Dato/*Date:* 10/6-11 Side/*Page:* 5

Emnekode/*Subject* SØK 2005 Antall ark/*Number of pages:* 14

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

FoB 7) $E(r_A) - E(r_B) - \frac{1}{2} \cdot X \cdot [2w_A \cdot \sigma_A^2 - (1-w_A)\cdot \sigma_B^2 + 2\sigma_{AB}(1-w_A) - 2\sigma_{AB} \cdot w_A] = 0$

$$\rightarrow E(r_A) - E(r_B) = \frac{2}{2} \cdot X [w_A \cdot \sigma_A^2 + w_A \cdot \sigma_B^2 - \sigma_B^2 + \sigma_{AB} - 2w_A\sigma_{AB}]$$

$$\rightarrow \frac{E(r_A) - E(r_B)}{X} = w_A(\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}) + \sigma_{AB} - \sigma_B^2$$

$$\rightarrow \frac{E(r_A) - E(r_B)}{X} + \sigma_B^2 - \sigma_{AB} = w_A(\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB})$$

$$\Rightarrow w_A = \frac{E(r_A) - E(r_B)}{X \cdot (\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB})} + \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{(\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB})}$$

- Vi merker oss at andre ledd virker kjent, dette er minvar porteføljen. Så vi har at optimum er minvar. pluss en justering fra differansen i forventet avkastning og risiko!
- Vi setter inn verdiene og finner w_A.

$$w_A = \frac{0{,}1 - 0{,}14}{2{,}5 \cdot (0{,}2^2 + 0{,}4^2 - 2 \cdot \underbrace{0{,}25 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}4}_{\sigma_{AB} = \rho_{AB} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B})} + \frac{0{,}4^2 - 0{,}25 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}4}{(0{,}2^2 + 0{,}4^2 - 2 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}4)}$$

$$= -0{,}1 + 0{,}875 = \underline{\underline{0{,}775}}$$

- Vi ser at fordi aktiva „B" er såpass mer risikabelt, vil investor investere mest i aktiva „A"

$$w_B = 1 - w_A = 1 - 0{,}775 = \underline{\underline{0{,}225}}$$

$$E(r_P) = 0{,}775 \cdot (0{,}1 - 0{,}14) + 0{,}14 = 0{,}109 = \underline{\underline{10{,}9\%}}$$

- Aktørens tilpasning er ganske risikoaversiv, han/hun skyr risiko mer enn han/hun verdsetter avkastning.

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10029

Dato/*Date:* 10/6-11 Side/*Page:* 6

Emnekode/*Subject* SØK 2005 Antall ark/*Number of pages:* 14

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Oppgave 2

- Begynner med å utlede forholdet mellom dagens spot og terminrenter. Vi tar utgangspunkt i to sikre investeringer med lik løpetid som i en verden uten Arbitrasje (at man kan få gevinst med null netto investering) må ha lik avkastning.

1) Vi kan investere i en sikker nullkupongobligasjon (feks T-bills, men om de er sikre er en annen sak, knis knis!) med løpetid „m", dette gir avkastningen: $(1+Y_{mt})^m$

2) Vi kan investere i en tilsvarende Nullkupongobligasjon med kortere løpetid „s" og reinvestere i perioden mellom „s" og „m" (m>s). Dette gir avkastningen: $(1+Y_{st})^s \cdot (1+f_{ms})^{m-s}$

- Nullarbitrasjebetingelsen medfører at:
$$(1+Y_{mt})^m = (1+Y_{st})^s \cdot (1+f_{ms})^{m-s} \quad (*)$$

- Spotrenten er renten avtalt i dag for en løpetid fra og med i dag
- terminrenten er renten avtalt i dag for en fremtidig periode (m-s).

a) for å finne yielden/spotrentene tar jeg utgangspunkt i prisformelen for nullkupongobligasjonen og løser mhp Y_{mt}.

$$P_0 = \frac{F}{(1+Y_{mt})^m} \rightarrow (1+Y_{mt})^m = \frac{F}{P_0} \rightarrow \underline{Y_{mt} = \left(\frac{F}{P_0}\right)^{\frac{1}{m}} - 1}$$

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$$Y_{1,0} = \left(\frac{100}{96,62}\right)^{\frac{1}{1}} - 1 = 0,0349 \approx \underline{\underline{3,5\%}}$$

$$Y_{2,0} = \left(\frac{100}{92,46}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,0399 \approx \underline{\underline{4\%}}$$

$$Y_{3,0} = \left(\frac{100}{88,26}\right)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0,0425 \approx \underline{\underline{4,3\%}}$$

$$Y_{4,0} = \left(\frac{100}{82,27}\right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0,05 = \underline{\underline{5\%}}$$

-> Vi ser allerede her at terminrentene må være konstant stigende fordi $Y_{1,0} < Y_{2,0} < Y_{3,0} < Y_{4,0}$!

b) Vi løser (*) mhp f_{ms}

$$\rightarrow f_{ms} = \left(\frac{(1+Y_{mt})^m}{(1+Y_{st})^s}\right)^{\frac{1}{m-s}} - 1$$, her vil $m-s=1$, så ser vekk ifra dette.

$$f_{1,0} = Y_{1,0} \approx \underline{3,5\%}$$

$$f_{2,1} = \frac{(1+0,0399)^2}{(1+0,349)^1} - 1 = 0,0449 \approx \underline{\underline{4,5\%}}$$

$$f_{3,2} = \frac{(1+0,0425)^3}{(1+0,0399)^2} - 1 = 0,0477 \approx \underline{\underline{4,8\%}}$$

$$f_{4,3} = \frac{(1+0,05)^4}{(1+0,0425)^3} - 1 = 0,0728 \approx \underline{\underline{7,3\%}}$$

- Som sagt, terminrentene er stigende!

c) Dette spørs helt hvilken hypotese om forholdet mellom terminrenter og forventede fremtidige spotrenter jeg legger til grunne. Vi har to dominerende hypoteser:

i) Forventningshypotesen sier at dagens terminrenter er markedets konsensus om forventede fremtidige spotrenter DVS $f_{ms} = E(r_{ms})$, dersom vi legger denne til grunn ser vi utifra terminrentene vi fant at markedet forventer en renteøkning de neste fire årene

ii) Likviditetspreferansehypotesen sier at investorer ikke ønsker å låne ut penger på lengere sikt enn de må. (noe som jo er det du gjør når du kjøper en obligasjon) Pga dette vil dagens terminrenter inneholde en likviditets-bonus som skal lokke investorer til de langsiktige obligasjonene. DVS $f_{ms} = E(r_{ms})$ + „likviditetsbonus".
Derfor vil det være naturlig at terminrentene i dag er større enn forventet fremtidig spotrente. Så til tross for at vi har stigende terminrenter, kan forventet fremtidig renten nå være stabilt, økende eller til og med fallende, uten å vite de eksakte størrelsene på likviditetsbonusen kan vi ikke si noe.

d) For å vise hvorfor dette ikke er rimelig finner vi først spotrenten dette ville medført:

$$Y_{5,0} = \left(\frac{100}{83{,}11}\right)^{\frac{1}{5}} - 1 = \underline{0{,}0377}$$

- Dette ville medført en negativ terminrente i mellom år 4 og 5, og så lenge penger ikke har blitt giftig i perioden er det lite sannsynlig at investorer vil betale for å låne vekk pengene sine. Vi finner denne terminrenten.

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10029

Dato/*Date:* 10/6-11 Side/*Page:* 9

Emnekode/*Subject* Søk2005 Antall ark/*Number of pages:* 14

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

$$f_{5,4} = \frac{1{,}0377^5}{1{,}05^4} - 1 = -0{,}01 = \underline{-1\%}$$

- Den laveste rimelige spotrenten på 5 år er den som gir lik avkastning på 5 og 4 år.

$$\rightarrow (1+Y_{5,0})^5 = (1+Y_{4,0})^4 \rightarrow Y_{5,0} = \left((1+Y_{4,0})^4\right)^{\frac{1}{5}} - 1$$

$$= \left((1+0{,}5)^4\right)^{\frac{1}{5}} - 1 = \underline{0{,}0398}$$

- Dette medfører prisen $P_0 = \frac{100}{(1{,}0398)^5} = \underline{\underline{82{,}27}}$
- Som jo er lik prisen på en fireårig obligasjon.

Oppgave 3

a) - Velger å utlede hvordan prisen på en forward med eierfordel er fordi da har jeg uttrykket jeg trenger i b) og det er bare å sette $d = 0$ for å kunne bruke den i a).

- Vi tar utgangspunkt i to ulike investeringer som er sikre og gir lik „payoff"/sikrer oss underliggende på $t = 1$.

1) Vi kan kjøpe underliggende aktiva i dag og få evt „eierfordelen" (kan være positive og negative) som vi enten må utbetales på tidspunkt „t"

Dette koster: $S_0 - \frac{d}{(1+r_f)^t}$, og gir payoff: S_T.

2) Vi kan gå lang på en forward om levering av S_T på tidspunkt „t" og sette nåverdien av forwardprisen i banken. På denne måten er vi sikre å få betalt.

Dette koster $\frac{F_0}{(1+r_f)^t}$, og gir payoff: S_T.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

I en verden hvor ingenting er gratis (null arbitrasje) vil disse to ulike investeringene med lik payoff måtte koste like mye!

$$\Rightarrow \frac{F_0}{(1+rf)^t} = S_0 - \frac{d}{(1+rf)} \quad , \text{ løser mhp } F_0$$

$$\rightarrow F_0 = (1+rf)^T \cdot S_0 - d = (1 + \underbrace{rf - \frac{d}{S_0}}_{\text{dette } \cancel{\text{kost}} \text{ er „Cost off Carry"}})^T S_0$$

- Cost of Carry: Hvor mye vi går glipp av i alternative inntekter når vi sitter på underliggende, en tradeoff mellom risikofri rente og eventuelle eierfordeler. Går renten opp må forwardprisen gå opp fordi alternativkostnaden til å holde underliggende har gått opp. Det motsatte gjelder ved økte eierfordeler. En negativ eierfordel vil føre til økt alt kostnad ved å holde underliggende, forwardprisen må opp.
- Vi finner omsider F_0 for levering av underliggende dersom vi ikke har dividende!

$$F_0 = (1+rf)^T \cdot S_0 = (1+0{,}04) \cdot 100 = \underline{\underline{104}}$$

- Vi ser her at forwarden er mer attraktiv enn å holde underliggende pga at man kan investere i rf. Dette må taes hensyn til i prisen.

b) Dersom underliggende nå utbetaler dividende i perioden ($d = 2$), vil alternativ kostnadene ved å holde underliggende gå ned, forwardprisen vil gå ned fordi den ikke er like attraktiv lenger!

$$\rightarrow F_0 = (1 + rf - \frac{d}{S_0})^T \cdot S_0 = (1 + 0{,}04 - \frac{2}{100}) \cdot 100 = \underline{\underline{102}}$$

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

- En forward er forresten en kontrakt en inngår om ~~levering~~ kjøp/Salg av underliggende på et gitt fremtidig tidspunkt for en gitt pris „F_0". Denne er bindende. Forwards er ofte brukt for å sikre mot pris, rente eller valuta endringer, men kan også spekuleres med.
- En opsjon er et lignende finansielt produkt som i likhet med futures/forwards også ligger under kategorien „Derivater", dette fordi verdien av disse er avhengig av prisen på underliggende („Derived from"). En opsjon gir deg retten men forplikter deg ikke til å kjøpe/selge underliggende til en gitt utøvelsespris „X". Amerikanske opsjoner gir deg retten til å utøve fra du kjøper kontrakten (opsjoner må kjøpes i motsetning til forwards) frem til utløpsdatoen. Europeiske opsjoner kan deg kun utøve på utløpsdatoen, om de vil.
- Vi skiller mellom kjøpsopsjoner og Salgsopsjoner
- Kjøpsopsjoner / „Calls" gir deg retten til å handle underliggende for „X", følgelig vil dette lønne seg dersom prisen i markedet er høyere slik at vi kan selge de dyrere igjen. Payoff $\max(S_t - X, 0)$
- Salgsopsjoner / „Puts" gir deg retten til å selge underliggende. Så dersom du kan kjøpe billig i markedet og selge dyrt via Putten, vil en tjene. Payoff $\max(X - S_t, 0)$
- Vi ser at begge opsjonene vil man ikke utøve visst ikke man vil tjene og payoffen $= 0$.
- En kjøpsopsjon er: In the money når: $(S_t - X) > 0$
  Out of the money når: $(S_t - X) < 0$
  at the money: $S_t - X = 0$
- En Salgsopsjon er: In the money når: $(X - S_t) > 0$
  Out of the money når: $(X - S_t) < 0$
  at the money når: $(X - S_t) = 0$

- Opsjoner kan også brukes til både sikring og spekulering. Spekulering med opsjoner medfører større volatilitet enn spekulering med underliggende i seg selv.

- Antar at underliggende ikke utbetaler dividende og at kursen følger en binomial modell hvor kursen på tidspunkt „1" enten er $100 \cdot 1{,}4 = \underline{140}$ (S^+) eller $100 \cdot 0{,}6 = \underline{60}$ $(S^{\div})$

Payoffen til en kjøpsopsjon:

Call-tre

$$C_0 \begin{cases} C^+ = \max(S^+ - X; 0) = 140 - 120 = \underline{\underline{20}} \\ C^{\div} = \max(S^{\div} - X, 0) = \underline{\underline{0}} \end{cases}$$

- Vi ser at dersom prisen faller vil vi velge å ikke utøve.
- For å finne prisen (C_0) må jeg finne hedge ratio en, dette er antall aksjer vi handler („H") per call vi skriver ut som sikrer oss payoff.
- En slik portefølje koster: $H \cdot S_0 - C_0$
- Den gir payoff:

$$\begin{cases} H \cdot S^+ - C^+ = H \cdot 140 - 20 \\ H \cdot S^{\div} - C^{\div} = H \cdot 60 - 0 \end{cases}$$

- Vi vet at disse payoffene skal være like og kan derfor sette de lik hverandre for å finne „H"

$\rightarrow H \cdot 140 - 20 = H \cdot 60$

$\rightarrow H(140 - 60) = 20$

$\Rightarrow H = \frac{20}{140-60} = \underline{\frac{1}{4}}$, vi kjøper $\frac{1}{4}$ aksje per utskrevne call (Evt 1 aksje per 4 utskrevne call).

- Vi kan finne den sikre payoffen ved å sette inn for „H" i en av de to payoffen utledet tidligere

$\Rightarrow H \cdot 60 \rightarrow \frac{1}{4} \cdot 60 = \underline{15}$

- Vi vet at denne payoffen er sikker dette medfører at prisen på denne investeringen må være lik den neddiskonterte payoffen, bruker rf til å neddiskontere (Kommer av arbitrasjebetingelsen)

$\rightarrow H \cdot S_0 - C_0 = \frac{15}{(1+r_f)^T}$, herifra kan vi omsider finne call prisen!! :)

$\rightarrow \frac{1}{4} \cdot 100 - C_0 = \frac{15}{1{,}04}$

$\Rightarrow C_0 = \frac{1}{4} \cdot 100 - \frac{15}{1{,}04} = \underline{\underline{10{,}58}}$

d) Prisen på en tilsvarende Amerikansk kjøpsopsjon vil være lik, dette er fordi at for kjøpsopsjonen vil det alltid være lønnsomt å selge fremfor å utøve tidlig. Dette fordi sålenge det er tid igjen er det kjangs for at prisen på underliggende endrer seg slik at vi havner mer in the money eller bare „in the money."

- Kan vise dette ved å først forklare hvorfor $C_0 \geq S_0 - \frac{X}{1+r_f}$ og så vise hvorfor man aldri utøver tidlig.

7) Dersom vi har en Call, vil dette gi oss payoffen $\max(S_T - X, 0)$, vi har et begrenset nedside potensial, den kan ikke bli negativ. Dette koster oss C_0

Dersom vi kjøper underliggende og låner „X" for å delvis lånfinansiere dette vil dette koste $S_0 - \frac{X}{(1+r_f)^T}$. Dette vil gi payoffen $S_T - X$, denne kan være negativ

Kandidat nr./Candidate no. 10029

Dato/Date: 10/6-11 Side/Page: 14

Emnekode/Subject: Søk 2005 Antall ark/Number of pages: 14

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

→ Disse er begge sikre og dette medfører at:

$C_t \geq S_t - \frac{X}{(1+r_f)^T}$

2) Dersom vi har en Amerikansk call og er ute etter litt likvide midler kan vi selge for C_t eller utøve for $S_t - X$ (gitt at den er in the money). Dette ser vi at vil være ugunstig fordi:

$C_t \geq S_t - \frac{X}{(1+r_f)^T} > S_t - X$, å selge vil medføre inntekter som er mindre enn minsteprisen til en call med tid igjen (gitt at $r_f \neq 0$, noe som jo er sannsynlig).

⇒ Det vil aldri lønne seg å utøve tidlig ergo den retten er verdiløs

⇒ Amerikanske og Europeiske kjøpsopsjoner må koste like mye!