SENSURVEILEDNING SØK 3004 HØSTEN 2020

Oppgave 1

a)

$$\int (3x^2 + 2e^{2x})\,dx = \underline{\underline{x^3 + e^{2x} + C}}$$

b)

$$\int (2x+8)\,e^{(x+4)^2}\,dx$$

Sett $u = (x+4)^2$, $du = 2(x+4)\,dx$

$$\int e^u\,du = e^u + C$$

Innsatt for u:

$$\int (2x+8)\,e^{(x+4)^2}\,dx = \underline{\underline{e^{(x+4)^2} + C}}$$

c)

KURVEN ER UNDER X-AKSEN FRA 0 TIL 4.

KANDIDATEN MÅ DERFOR HUSKE MINUS FORAN INTEGRALET.

$$\text{AREALET} = -\int_0^4 \left[(x-2)^2 - 4\right] dx + \int_4^6 \left[(x-2)^2 - 4\right] dx$$

$$= -\left[\frac{1}{3}(x-2)^3 - 4x\right]_0^4 + \left[\frac{1}{3}(x-2)^3 - 4x\right]_4^6$$

$$= \frac{40}{3} - \frac{8}{3} + \frac{64}{3} - 24 - \frac{8}{3} + 16 = \frac{32}{3} + \frac{32}{3} = \frac{64}{3}$$

Oppgave 2

a)

AB er lik:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 8 & 5 \\ 5 & 14 \end{pmatrix}$$

BA eksisterer ikke fordi antall kolonner i **B** ikke er lik antall rader i **A**.

b)

Trekk andre kolonne fra første kolonne. Da blir determinanten

$$\begin{vmatrix} 0 & x-y & x^2-y^2 \\ 0 & 1 & x+y \\ y-1 & 1 & x \end{vmatrix}$$

$$= (y-1)\begin{vmatrix} x-y & x^2-y^2 \\ 1 & x+y \end{vmatrix} = (y-1)\cdot 0 = 0$$

c)

$$|\mathbf{A}| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix} :$$

$$\begin{vmatrix} -5 & 2 & -1 \\ 6 & -1 & 1 \\ -3 & -1 & -3 \end{vmatrix} = 19, \quad \begin{vmatrix} 1 & -5 & -1 \\ 2 & 6 & 1 \\ 1 & -3 & -3 \end{vmatrix} = -38, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 2 & -1 & 6 \\ 1 & -1 & -3 \end{vmatrix} = 38$$

$$x = 19/19 = 1, \quad y = -38/19 = -2, \quad \text{and} \quad z = 38/19 = 2$$

Oppgave 3

a)

a(t) = -(1/t), b(t) = t.

$\int a(t)\,dt = -\int (1/t)\,dt = -\ln t$

Fra (5.4.6) i 'Further mathematics' følger det at x = t (C + t) = Ct + t^2

b)

(a) Putting $u = \dot{x}$, we get $\dot{u} + 2u = 8$, which has the solution (see (5.4.3)) $u = Ce^{-2t} + 4$. $x = \displaystyle\int (Ce^{-2t} + 4)\,dt = -\tfrac{1}{2}Ce^{-2t} + 4t + B = Ae^{-2t} + 4t + B$, with $A = -\tfrac{1}{2}C$.

Oppgave 4

Problemet omformuleres til maksimeringsproblemet med mindre eller lik bibetingelse:

Maksimer xy

gitt at

$$x + 2y \leq 2$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$

Lagrange: $L(x, y) = xy - \lambda(x + 2y - 2)$.

Kuhn–Tucker:

$\partial L/\partial x = y - \lambda \leq 0$ ($= 0$ if $x > 0$) (i)

$\partial L/\partial y = x - 2\lambda \leq 0$ ($= 0$ if $y > 0$) (ii)

$\lambda \geq 0$ ($= 0$ if $x + 2y < 2$) (iii)

Mulighetsområdet omfatter punkter hvor $xy > 0$. Altså kan hverken x eller y være lik null. Følgelig må i) og ii) være oppfylt med likhet og lambda må være positiv. Altså har vi at $x = 2y$ og $x + 2y = 2$. Fra disse to ligningene har vi at $x = 1$ og $y = ½$.

Oppgave 5

Det følger fra Hotellings lemma at etterspørselen etter innsatsfaktoren er minus den deriverte av profittfunksjonen med hensyn til prisen på innsatsfaktoren. Altså blir den deriverte av etterspørselen mht egen pris lik minus den annenderiverte av profittfunksjonen. Siden profittfunksjonen er konveks er den andrederiverte positiv (eller null i spesialtilfelle). Altså er den minus den andrederiverte av profittfunksjonen negativ slik at etterspørselen av innsatsfaktoren vil falle når prisen øker.