NTNU
Det skapende universitet

Institutt for samfunnsøkonomi

Eksamensoppgave i SØK3005 – Informasjons- og markedsteori Information and Marked Theory

Faglig kontakt under eksamen: Asle Gauteplass

Tlf.: 73 59 14 20 / Mobil: 98 65 88 06

Eksamensdato: 27. mai 2014

Eksamenstid (fra-til): 4 timer (09.00 – 13.00)

Sensurdato: 19. juni 2014

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: C /Flg formelsamling: Knut Sydsæter, Arne Strøm og Peter Berck (2006): Matematisk formelsamling for økonomer, 4utg. Gyldendal akademiske. Knut Sydsæter, Arne Strøm, og Peter Berck (2005): Economists' mathematical manual, Berlin.
Enkel kalkulator Casio fx-82ES PLUS, Citizen SR-270x, SR-270X College eller HP 30S.

Målform/språk: Norsk og engelsk

Antall sider: 5 inkl. forside

Antall sider vedlegg: 0

Eksamen består av tre oppgaver hvor 2 av 3 skal besvares. Du kan selv velge hvilke. Begge de besvarte oppgavene teller like mye.

Oppgave 1

a) Forklar kort begrepene
   i) Baklengs induksjon
   ii) Delspillperfekt likevekt
   iii) Trigger-strategi

Studer nå følgende spill mellom sentralbanken og arbeidstakerorganisasjonen hvor disse begrepene er relevante. Sentralbanken bestemmer inflasjonen, og ønsker å minimere følgende tapsfunksjon:

$$U(\pi, y) = -c\pi^2 - \left(y - y^*\right)^2, \quad c > 0 \ ,$$

hvor π er inflasjonen og y og y^* er henholdsvis realisert og 'naturlig' sysselsetting. Arbeidstakerorganisasjonen setter lønnskrav basert på forventet inflasjon π^e, og har full informasjon om sentralbankens preferanser. Etter at bedriftene har bestemt hvor mange de vil ansette, resulterer dette i følgende relasjon mellom inflasjon og realisert sysselsetting:

$$y = by^* + d\left(\pi - \pi^e\right), \ 0 < b < 1, \ d > 0 \ .$$

b) Tolk relasjonene og forklar hvordan inflasjon relativt til forventning påvirker sysselsettingen. Hvilke insentiver gir dette sentralbanken? Formuler sentralbankens optimeringsproblem.
c) Analyser Stackelberg-spillet som oppstår når arbeidstakerorganisasjonen først danner rasjonelle inflasjonsforventninger og sentralbanken dernest setter inflasjonen. Finn den realiserte inflasjonen π^S som tilsvarer Nash-likevekten i spillet.
d) Sammenlign med tilfellet hvor sentralbanken erkjenner at forventningene til arbeidstakerne alltid vil sammenfalle med realisert inflasjon (altså ingen mulighet for 'overraskelsesinflasjon'). Finn den optimale inflasjonen i dette tilfellet og forklar hvorfor den er forskjellig fra π^S.
e) Hvordan påvirkes resultatet av at partene møtes igjen og spiller det samme spillet et *endelig* antall ganger?
f) Anta så at partene møtes et *uendelig* antall ganger. Prøv å finne en likevekt som sikrer at den optimale inflasjonen blir realisert hver gang. Du kan anta partene har samme diskonteringsfaktor $\beta < 1$.

Oppgave 2

Studer følgende to-periode modell. En agent har inntekten y_1 på starten av første periode, som kan fordeles mellom konsum c og sparing s. Andelen som blir spart settes i banken til en rente r. i periode 2 konsumeres det som er spart opp fra forrige periode, dvs $s(1+r)$, sammen med hele inntekten fra periode 2, $\tilde{y}_2$, som imidlertid er usikker. Agenten ønsker å maksimere summen av neddiskontert nytte over de to periodene, med en diskonteringsfaktor $\beta < 1$.

a) Sett opp problemet og finn førsteordensbetingelsen i tilfellet inntekten i periode 2 er kjent, og kan erstattes med forventningsverdien, dvs $\tilde{y}_2 = E\tilde{y}_2 = y_2$.
Sjekk også andreordensbetingelsen.

b) Studer hvordan optimal sparing avhenger av forholdet mellom β og r.

c) Anta nå at $\tilde{y}_2$ er usikker. Sett opp og løs problemet på nytt og sammenlign med a).

d) Hva er betingelsen for at sparingen skal være høyere under usikkerhet enn ellers?

e) Anta at agenten har følgende nyttefunksjon:

$$u(c) = -\frac{e^{-ac}}{a},\ a > 0.$$

Er sparing høyere eller lavere ved usikkerhet i dette tilfellet?

Oppgave 3

En arbeidsgiver (prinsipal) ønsker å ansette en agent. Anta at det finnes to typer agenter, 'god' og 'dårlig', med tilhørende nyttefunksjoner:

God : $u^G(w,e) = u(w) - v(e)$, $\quad u', v' > 0,\ u'' < 0,\ v'' > 0$
Dårlig : $u^D(w,e) = u(w) - kv(e)$, $\quad k > 1$,

der w gir agentens lønn og e gir agentens innsats som begge er observerbare for prinsipalen. Prinsipalens profitt er en funksjon av agentens innsats og lønna: $\Pi(e) - w$, med $\Pi' > 0,\ \Pi'' < 0$.

a) Formuler og løs prinsipalens maksimeringsproblem i tilfellet med perfekt informasjon (dvs. at prinsipalen kjenner agentens type).

b) Anta nå at prinsipalen ikke kjenner agentens type, men vet at agenten er av type 'god' med sannsynlighet q, og av type 'dårlig' med sannsynlighet $1-q$. Formuler og løs problemet i dette tilfellet.

c) Sammenlign kontraktene ved perfekt og asymmetrisk informasjon. Hvorfor er disse ulike? Hvem tjener/taper på skjev informasjon?

The exam consist of 3 problems, 2 of which are to be answered. You can choose which problems to answer. Both answered problems count equally.

Problem 1

a) Explain briefly the expressions
   i) Backwards induction
   ii) Subgame perfect equilibrium
   iii) Trigger strategy

Consider now the following game between the central bank and the labour union, where these concepts are relevant. The central bank sets inflation in order to minimize the following loss function:

$$U(\pi, y) = -c\pi^2 - \left(y - y^*\right)^2, \quad c > 0 \ ,$$

where π is inflation, and y and y^* are realized and 'natural' employment, respectively.

The union forms wage demands based on expected inflation π^e, and has full information about the central bank's preferences. The result, after firms have decided how many people to hire, is the following relation between inflation and realized employment:

$$y = by^* + d\left(\pi - \pi^e\right), \ 0 < b < 1, \ d > 0 \ .$$

b) Interpret the relations and explain why inflation relative to expectations affects employment. What incentives does this give the central bank? Formulate the central bank's optimization problem.
c) Analyze the Stackelberg-game that occurs when the union first forms expectation about inflation, and then the central bank set the inflation. Find the realized inflation π^S that corresponds to the Nash-equilibrium of the game.
d) Compare with the case where the central bank acknowledges that the union always form expectations about inflations that coincide with realized inflation (i.e.'surprise inflation' is impossible). Find the optimal inflation in this case and explain why it differs from π^S.
e) How is the result affected by the two parties repeating the same game a *finite* amount of times?
f) Assume now that the game is repeated and *infinte* amount of times. Try to find an equilibrium where the optimal inflation is realized every time. You can assume that the two parties have the same discount factor $\beta < 1$.

Problem 2

Consider the following two-period model. An agent receives the income y_1 at the beginning of the first period which is to be shared between consumption c and saving s. The share that is saved is deposited in the bank at an interest rate r. In period 2 all savings are consumed, i.e. $s(1+r)$, together with the whole period 2 income, $\tilde{y}_2$, which is uncertain. The agent aims to maximize the sum of discounted utility over the two periods, with a discount factor $\beta < 1$

a) Formulate the problem and find the first order condition when the period 2 income is known and can be replaced by its expectation, i.e. $\tilde{y}_2 = E\tilde{y}_2 = y_2$. Also check the second order condition.

b) Study how the optimal savings decision is affected by the relationship between β og r.

c) Assume now that $\tilde{y}_2$ is uncertain. Formulate and solve the problem in this case and compare with the result in a).

d) What is the condition for savings to be higher under uncertainty, than otherwise?

e) Assume now the following utility function:

$$u(c) = -\frac{e^{-ac}}{a},\ a > 0.$$

Are savings higher or lower with uncertainty in this case?

Problem 3

An employer (principal) considers hiring an agent. Assume that there are two types of agents, good (G) or bad (B) with the following utility functions:

Good : $u^G(w,e) = u(w) - v(e), \qquad u', v' > 0,\ u'' < 0,\ v'' > 0$

Bad : $u^B(w,e) = u(w) - kv(e), \qquad k > 1$,

Where w is the agent's wage and e is effort, both of which are observable to the principal.
The princpal's profit is a function of the agent's effort and the wage: $\Pi(e) - w$, with $\Pi' > 0,\ \Pi'' < 0$.

a) Formulate and solve the principal's maximization problem in the case of perfect information (i.e, the principal knows the agents type)

b) Assume now that the principal does not know the agent's type, but knows that the agent is of type 'good' with probability q and type 'bad' with probability $1-q$. Formulate and solve the problem in this case.

c) Compare the contracts under perfect and asymmetric information. Why are they different? Who benefits/loses from asymmetric information?

Kommentar fra faglærer

Oppgave 1,

Dene oppgaven er ikke perfekt løst, men dette var det beste forsøket av alle besvarelsene i bunken og forståelsen er jevnt over godt. Isolert sett en B.

a)

i) Godt og presist.
ii) Bra, men enda bedre: en Nashlikevekt i hvert delspill (delspill: starter på en enkelt node og inneholder alle senere trekk).
iii) OK, selv om litt forvirring: trigger-strategien innebærer straff for all framtid ved avvik hos motparten.

b) Gode tolkninger.

c) Riktig svar, ok forståelse

d) Veldig ryddig satt opp og riktig løst, minus en fortegnsfeil på slutten. Glemmer også å analysere løsningen på første trinn, for å få Nash-likevekten i spillet.

e) Riktig svar.

f) Forståelsen virker brukbar, men også her forvirring om trigger strategi: trigger-strategien er ikke noe man holder seg til eller avviker fra, men en mekanisme for å straffe avvik fra samarbeid. Også rot med matematikken, og effekten av diskontering er ikke diskutert.

OPPGAVE 1

A)

i) Baklengs induksjon er en metode for å løse et spill der du begynner i det siste delspillet, finner nash-likevekten i dette del spillet, før du derfra går ~~#~~ "fremover" til det foregående del spillet og løser nashlikevekten i dette delspillet gitt løsningen du fant i det spillet som kommer i neste steg.

Dersom det hadde vært et moral hazard problem ville du i ~~st~~ hatt følgende baklengs induksjon:

3. trinn: agenten løser følgende maksimerings problem:

$$e \in \arg\max \{u(w) - v(e)\}$$

2. trinn: gitt ~~innsatsens~~ innsatsens funnet i 3. trinn, bestemmer agenten om den ønsker å signere kontrakten

$$u(w) - v(e) \geq \underline{u}$$

1. trinn prinsipalen løser sitt maksimerings problem forutseende av agentens oppførsel:

$$\max_{w} p_i^{H} \{\Pi(e) - w(x)\}$$

Kandidat nr./Candidate no. 10011

Dato/Date: 27.05.14 Side/Page: 2

Emnekode/Subject SØK3005 Antall ark/Number of pages: 19

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

ii) Delspill perfekt likevekt:
Det er en Nashlikevekt som gir en likevekt og er spillerens beste respons gitt alle tidligere trekk.

Som i eksempelet brukt i i) er alle Nash likevektene i de tre trinnene delspill perfekte ettersom man har tatt hensyn til hva som vil skje i de neste og tidligere trekkene.

iii) Trigger strategi:
En spiller i et uendelig repetert spill postulerer at han vil spille følgende strategi S_1^* dersom motspilleren spiller S_2^* i alle fremtidige trekk, men dersom spiller 2 heller spiller S_2' ~~...~~ og avviker vil spiller 1 heller spille S_1', ~~så~~ som vil gi en fremtidig lavere payoff til begge spillerne.

Det er bare lønnsomt for spiller 2 og også adaptere triggerstrategien dersom denne gir høyere diskontert ~~...~~ payoff enn å avvike.

B) Vi har følgende nyttefunksjon til sentralbanken:

$$U(\pi, y) = -c\pi^2 - (y - y^*)^2 \qquad (1)$$

og følgende relasjon mellom inflasjon og realisert sysselsetting:

$$y = by^* + a(\pi - \pi^e) \qquad (2)$$

Relasjon (1) forteller at sentralbanken har en negativ nytte av inflasjon som veies med en "kostnadsparameter" c, som er større enn 0. Samtidig har sentralbanken også en "nytte" av et avvik fra den naturlige sysselsettingen, både dersom den faktiske sysselsettingen er over eller under det naturlige sysselsettingsnivået "skader" dette sentralbanken. (derfor er ~~utt~~ dette leddet kvadrert).

Videre forteller relasjon (2) at sysselsetting blir bestemt mellom et samspill av den naturlige ~~ledigheten~~ sysselsetting og et avvik ~~fra~~ mellom forventet og faktisk inflasjon. Andelen av naturlig ~~tte~~ sysselsetting inngår i relasjonen mellom $0 < b < 1$.

Dersom forventet inflasjon er større enn faktisk inflasjon reduseres sysselsettingen, men dersom den er mindre øker sysselsettingen. Hvor store påvirkning dette avviket har bestemmes av parameteren α som er større enn null.

Når sentralbanken setter inflasjonen må de ta hensyn til hvordan sysselsettingen bestemmes, ettersom inflasjonsnivået er med på å bestemme sysselsettingen. ~~Vi f.~~

Sentralbanken ønsker å minimere tapsfunksjonen og står overfor følgende optimeringsproblem:

✓ $$\min_{\pi} U(\pi, y) = -c\pi^2 - ((by^* - \alpha(\pi - \pi^e)) - y^*)^2$$

c) Skal analysere Stackelbergspillet som oppstår når arbeidstakerorg. først danner rasjonelle inflasjonsforventninger og sentralbanken deretter setter inflasjonen.

Spillet på normalform:
Spillerne: arbeidstakerorganisasjonene og sentralbanken
strategier: inflasjons~~styring~~ og forventninger $\pi^e > 0$
payoff: sentralbanken "nytte"
arb.org: sysselsetting.

Vi har et sekvensielt spill, hvor arb.org. spiller først og deretter spiller sentralbanken, etter å ha observert hva arb.org. har gjort i første steg av spillet. arb.org vet at sentralbanken former sin strategi etter å ha observert deres reaksjon.

Vi kan i første steg av spillet anta at relasjon (2):

$$y = by^* + a(\pi - \pi^e)$$

er arbeidstakerorganisasjonenes beste respons på sentralbankens "valg" av inflasjon, etter at de har dannet rasjonelle forventninger om inflasjonen.

I steg 2 vil sentralbanken bestemme inflasjonen ~~med~~ etter å ha tatt hensyn til at arbeidstaker organisasjonen har funnet sin beste respons på inflasjonsbestemming av sentralbanken. Sentralbanken løser optimeringsproblemet ~~[illegible]~~

$$\min_{\pi} U(\pi, y) = -c\pi^2 - (y - y^*)^2$$

innsatt for arbeidstaker org. sin beste respons, da får vi følgende optimeringsproblem:

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$$\min_{\pi} U(\pi, y) = -c\pi^2 - ((by^* + a(\pi - \pi^e)) - y^*)^2$$

Det gir følgende førsteordens betingelser:

$$\frac{\partial U}{\partial \pi} = -2c\pi + 2(b-1)y^* a - 2\pi a + 2\pi^e a = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \pi^S = \frac{((b-1)y^* + \pi^e)a}{-c-a}$$

Sentralbanken tar hensyn til inflasjonsforventningene i sin optimale inflasjon

~~Dermed blir~~ Dette er sentralbankens sanne valg av inflasjon, dermed blir sysselsettingen:

$$y = by^* + a\left(\frac{((b-1)y^* + \pi^e)a}{-c-a} - \pi^e\right)$$

D) Dersom vi har $\pi = \pi^e$ får vi følgende beste respons fra arb.org:

$$y = by^*$$

og sentralbankens optimeringsproblem blir:

$$\min_{\pi} U(\pi, y) = -c\pi^2 - (by^* - y^*)^2$$

$$\text{FOB}: \frac{\partial U}{\partial \pi} = -2c\pi = 0$$

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

$\pi^* = 0$

Grunnen til at disse er forskjellige er at når forventningene er lik faktisk inflasjon, trenger ikke arb.org å "beskytte" seg mot mulig inflasjon i sin utregning av lønn og dermed sysselsetting.

Dersom de forventer høy ~~syss~~ inflasjon vil de kreve høye lønnsøkninger som gjør at bedriftene må sette opp priser og ansetter færre, selvforsterkende forventninger, men dersom de ikke har grunn til å forvente annen inflasjon enn den faktiske blir lønnsoppgjørene mindre som ikke går ut over inflasjonen.

Ved stackelbergspillet taper arb.org på at sentralbanken kan observere deres trekk før de selv bestemmer og inflasjon og sysselsetting avviker fra det som ville vært optimalt dersom de kunne "inngått" en slik "avtale" om at $\pi = \pi^e$.

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10011

Dato/*Date:* 27.05.14 Side/*Page:* 8

Emnekode/*Subject* SØK3005 Antall ark/*Number of pages:* 19

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

E) Resultatet vil ikke endres av at partene møtes og spiller det samme spillet et endelig antall ganger. Grunnen til dette er at løsningene vi kom frem til i både C) og D) er delspill perfekte Nash likevekter og vil spilles i hvert spill, dersom vi har et slikt sekvensielt spill som vi har presentert.

F) Dersom vi derimot har et uendelig repetert spill kan vi sikre at løsningen blir at den optimale inflasjonen funnet i D) blir realisert i hvert delspill.

Vi antar at arb.org adopterer følgende trigger strategi:

- vil danne sysselsetting med hensyn på $\pi^e = \pi$ i alle delspill, dersom Sentralbanken setter $\pi = \pi^e$, dersom $\pi \neq \pi^e$ vil de bestemme sysselsetting som i relasjon (2) i all tid fremover.

Dersom sentralbanken adepterer denne strategien også vil han få en fremtidig payoff på

$$\frac{\beta}{1+\beta} \cdot 0 = 0$$

Som er den ~~laveste~~ høyeste nytten han kan oppnå.

Fagtrykk Trondheim AS 11.2012

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Dersom han avviker fra trigger strategien vil han ha følgende nytte:

$$\frac{-c\left(\frac{(b-1)y^* + \pi^e)a}{-c-a}\right)^2 - (y-y^*)^2}{1+\beta}$$

Som tydelig alltid vil være mindre en null og gi sentral banken dårligere nytte en om han adopterer trigger strategien.

Dette betyr at trigger strategien vil bli adoptert.

OPPGAVE 3:

nyttefunksjoner:

God: $u^G(w,e) = u(w) - v(e)$

Dårlig: $u^D(w,e) = u(w) - Kv(e)$

Vi har at $u', v' > 0$, $u'' < 0$, $v'' > 0$

som vi kan se har agentene en positiv nytte av lønn (w), men en negativ nytte, "misnøye" med innsatsen de legger ned, e, ~~hvor~~ og de to agentene skilles ved at den dårlige agenten har en større misnøye med innsats, $K > 1$

A) Skal formulere og løse prinsipalens maksimeringsproblem i et tilfelle hvor prinsipalen kjenner agentenes type, perfekt informasjon. *

Dersom prinsipalen vet han står over for en god agent løser han følgende maksimeringsproblem:

$$\max_{e,w} \; \pi(e) - w \qquad (1)$$

$$\text{u.b.b} \quad u(w) - v(e) \geq \underline{u} \qquad (2)$$

* Vi antar at vi har en risikonøytral prinsipal og en risikoavers agent.

Denne kolonnen er forbeholdt sensor
This column is for external examiner

Formulerer Lagrangefunksjonen:

$$\mathcal{L} = \pi(e) - w + \lambda\left[u(w) - v(e) - \underline{u}\right]$$

som gir følgende førsteordens betingelser:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w} = -1 + \lambda u'(w) = 0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial e} = \pi'(e) - \lambda v'(e) = 0 \qquad (4)$$

Likning (2) kalles agentens deltaker betingelse og sier at agenten må ha minimum reservasjonsnytten ($\underline{u}$) for å godta kontrakten. Reservasjonsnytten er den nytten agenten kan få av alternative mulige andre tilbud i markedet

løser (3) og (4) for λ, og setter $\lambda = \lambda$:

$$\lambda = \frac{1}{u'(w)}$$

$$\lambda = \frac{\pi'(e)}{v'(e)}$$

$$\frac{1}{u'(w)} = \frac{\pi'(e)}{v'(e)}$$

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$$\pi'(e) = \frac{v'(e)}{u'(w)} \qquad (5)$$

likning (5) sammen med deltaker betingelser til den gode agenten, ~~bestemer~~ karakteriserer kontrakten til den gode agenten.

Ved tilsvarende maksimering for den dårlige agenten, med følgende maksimerings problem:

$$\max_{e,w} \quad \pi(e) - w$$

$$\text{ubb. } u(w) - kv(e) \geq \underline{U}$$

Finner vi at kontrakten til den dårlige agenten er karakterisert ved følgende likninger:

$$\pi'(e) = \frac{kv'(e)}{u'(w)} \qquad (6)$$

Som kalles effektivitets betingelser, **

$$u(w) - kv(e) \geq \underline{U}$$

som er den dårlige agentens deltaker betingelse.

NTNU

Kandidat nr./*Candidate no.* 10011

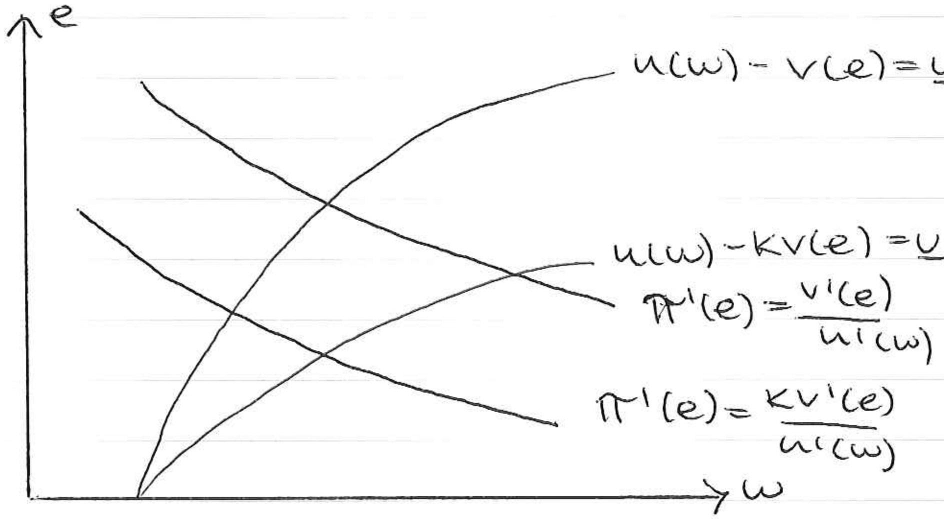
Dato/*Date:* 27.05.14 Side/*Page:* 13

Emnekode/*Subject* SØK3005 Antall ark/*Number of pages:* 19

Denne kolonnen er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

viser grafisk:



** (5) og (6) sier at den marginale substitusjons broken må være den samme for agenten og prinsipalen.

Den gule kopien beholder du/*Please keep the yellow page*

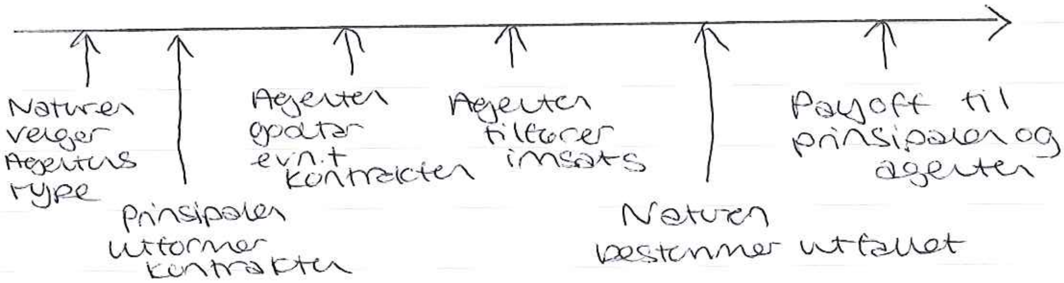
Fagtrykk Trondheim AS 11.2012

B) Prinsipalen kan nå ikke skille mellom de to forskjellige typene agenter, men vet at agenten er god med sannsynlighet q og av type "dårlig" med sannsynlighet 1−q.

Siden prinsipalen ikke kan skille ~~med~~ mellom de to typene agenter vil ikke leger kontraktene beskrevet i A) være optimale, grunnen til dette er at den dårlige agenten vil velge kontrakten som er utformet for han, da denne gir han størst nytte, men den gode agenten vil også velge denne kontrakten da denne gir samme nytte, men med mindre innsats.

Vi står overfor et adverse selection problem, og prinsipalen må prøve å utforme kontraktene slik at agentene har større nytte av å velge ~~a~~ kontrakten utformet for deres type og på denne måten avsløre sin type, enn å "bedra" prinsipalen.

I et advese selection problem har vi følgende hendelses forløp:



Vi setter opp prinsipalens maksimeringsproblem:

$$\max_{e^G, e^D, w^G, w^D} q\left[\pi(e^G) - w^G\right] + (1-q)\left[\pi(e^D) - w^D\right]$$

$$\text{u.b.b.} \quad u(w^G) - v(e^G) \geq \underline{U} \qquad (7)$$

$$u(w^D) - kv(e^D) \geq \underline{U} \qquad (8)$$

$$u(w^G) - v(e^G) > u(w^D) - v(e^D) \qquad (9)$$

$$u(w^D) - kv(e^D) > u(w^G) - kv(e^G) \qquad (10)$$

Hvor (7) og (8) er agentenes deltaker betingelser, hhv PC^G og PC^D

(9) og (10) kalles incentive comptibility constraint og er bibetingelsene som sikrer at agentene velger den kontrakten som er utformet for deres type.

Før vi setter opp Lagrange funksjonen legger vi merke til at restriksjon (7) blir impliseit av (8) og (9).

$$u(w^G) - v(e^G) > u(w^D) - kv(e^D) \geq \underline{U}$$

og vi utelater restriksjonen fra Lagrange funksjonen, det betyr at den eneste deltaker betingelsen prinsipalen må ta hensyn til er til den dårlige agenten.

Vi formulerer Lagrange uttrykket:

$$\mathcal{L} = q\left[\pi(e^G) - w^G\right] + (1-q)\left[\pi(e^D) - w^D\right]$$
$$+ \lambda\left[u(w^D) - kv(e^D) - \underline{U}\right]$$
$$+ \mu\left[u(w^G) - v(e^G) - u(w^D) + v(e^D)\right]$$
$$+ \delta\left[u(w^D) - kv(e^D) - u(w^G) + kv(e^G)\right]$$

Da får vi følgende første ordens betingelser:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w^G} = -q + \mu u'(w^G) - \delta u'(w^G) = 0$$

$$\Leftrightarrow \mu - \delta = \frac{q}{u'(w^G)} \qquad (11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial w^D} = -1 + q + \lambda u'(w^D) - \mu u'(w^D) + \delta u'(w^D) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1-q}{u'(w^D)} = \lambda - \mu + \delta \qquad (12)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial e^G} = q\pi'(e^G) - \mu v'(e^G) + \delta k v'(e^G) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{q\pi'(e^G)}{v'(e^G)} = \mu - k\delta \qquad (13)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial e^D} = (1-q)\pi'(e^D) - \lambda k v'(e^D) + \mu v'(e^D) - k\delta v'(e^D) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1-q)\pi'(e^D)}{v'(e^D)} = k\lambda - \mu + k\delta \qquad (14)$$

Finner først λ ved (11) og (12):

$$\lambda = \frac{q}{u'((w)^G)} + \frac{(1-q)}{u'(w^D)} \qquad (15)$$

som må være positiv og forskjellig fra null, dette betyr at IC^D binder, videre ser vi at $\delta = 0$ og $\mu > 0$, dersom dette ikke hadde vært tilfellet ville det implisert at det ville vært optimalt å etterspørre like mye innsats fra de to forskjellige agentene. Dette vet vi at ikke er optimalt.

Finner også $k\lambda$:

$$k\lambda = \frac{q\pi'(e^G)}{v'(e^G)} + \frac{(1-q)\pi'(e^D)}{v'(e^D)} \qquad (16)$$

Vi bruker (11) og (13) med $\delta = 0$ for å finne likningen som karakteriserer kontrakten til den gode agenten:

$$\frac{\cancel{q}\pi'(e^G)}{v'(e^G)} = \frac{\cancel{q}}{u'(w^G)}$$

$$\pi'(e^G) = \frac{v'(e^G)}{u'(w^G)} \qquad (17)$$

som er den samme effektivitetsbetingelsen som vi fant i problemet med symmetrisk informasjon. Kontrakten til

Fagtrykk Trondheim AS 11.2012

den gode agenten er pareto optimal.

Vi bruker (12), (14) og (16) for å finne likningene som sammen med deltaker betingelser til den dårlige agenten karakteriserer kontrakten til den dårlige agenten:

$$\pi'(e^D) = \frac{(1-q)k}{u'(w^D)} + \frac{q(1-k)}{u'(w^G)} \frac{v'(e^D)}{u'(w^D)}$$

Som vi ser er denne ikke optimal. leddet som er ~~runder~~ sirklet rundt representer det prinsipalen må endre den dårlige agentens kontrakt med for å skremme den gode agenten fra å velge den dårlige agentens avtale.

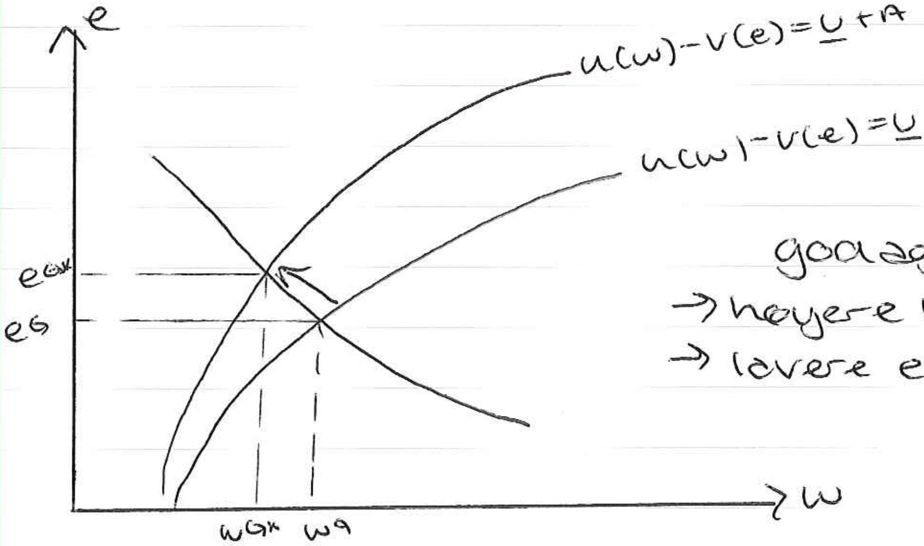
c) Som allerede nevnt er kontraktene forskjellige fordi prinsipalen må skremme den gode agenten fra å velge den dårlige agentens kontrakt.

Dette betyr for den dårlige agenten at han får lavere lønn og det etterspørres mindre innsats.

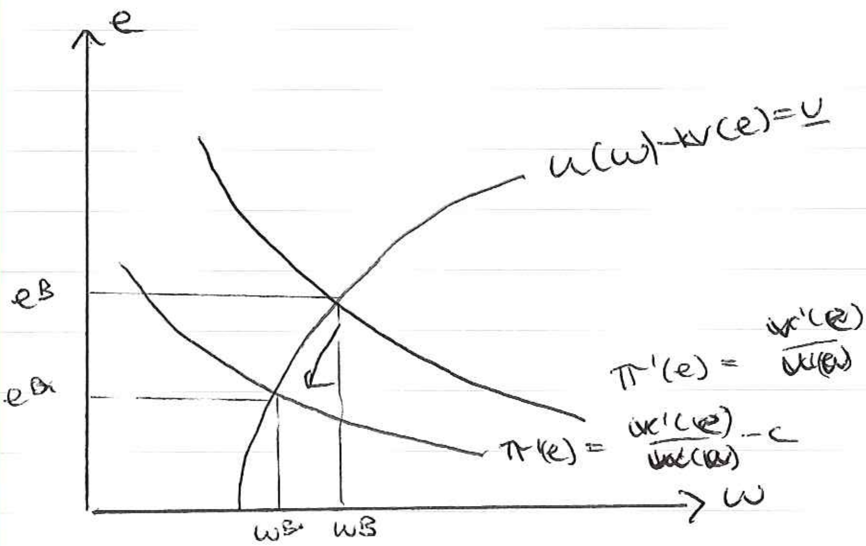
Den gode agenten tjener på ~~denne~~ den asymmetriske informasjonen ettersom han får høyere lønn og det blir etterspurt mindre innsats, som begge betyr høyere nytte for den gode agenten.

For prinsipalen betyr begge disse konklusjonene kostnader og han taper på den asymmetriske informasjonen.

Viser grafisk:



godagent:
→ høyere lønn
→ lavere effort



Dårlig agent:
→ lavere lønn og effort.