

Denne kolonne er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

## Oppgave 1

Skal i denne oppgaven forklare Samuelson-betingelsen for effektivt tilkøp av offentlig gode (kollektive) og vise hvordan betingelsen kan brukes i lokal offentlig sektor ut fra aggregert eiendomsverdi i kommunen.

~~Samuelson-betingelsen~~  
~~Samuelson-betingelsen~~

### Betingelse, Samuelson

Samuelson-betingelsen sier at summen av marginal betalingsvillighet av kollektive gode skal være lik marginalkostnaden for det kollektive gode.

Tenker oss en nyttefunksjon for individene i kommunen:

$$U(z, q, x) \quad (1)$$

U-nyttens avhenger av z, q og x

z - offentlig kommunalt gode

q - bolig

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

x - privat konsum

Antar videre at privat konsum er gitt av budsjettbetingelsen for individet:

$$(2) \quad X = Y - R$$

✓

Y - inntekt

R - bit rent, kostnad for bolig

Videre antar vi at bit renten, R avhenger av det kommunale gode, boligen og inntekten:

$$(3) \quad R = R(z, q, Y)$$

✓

Tilbake til nytten til individet:

$$U(z, q, x) \quad (1)$$

Tenker oss:

$U_z > 0$ ,  $U_{zz} < 0$ : Nyttens til individet vil øke ved øking i kommunalt gode, men i avtakende grad

$U_q > 0$ ,  $U_{qq} < 0$ : nytten vil øke av økt boligkonsum, men i avtakende grad.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$\alpha_x > 0, \alpha_x < 0$ : nytten øker av økt privat konsum, men i avtakende grad.

Antar null flyttekostnader.

Om individene ønsker å være boende i kommunen avhenger av nytten i kommunen i forhold til nytten i alternative kommuner. I tillegg vil det ikke være verken forflytting eller tilflytting. Migrasjonslikvekt.

Da er

$$U(z, q, x) = \bar{u} = h(y) \quad (4)$$

$\bar{u}$  - nytte i andre kommuner, reservasjonsnytte.

Antar at denne avtungen er inntekts

$$\bar{u} = h(y)$$

$h'(y) > 0$  - reservasjonsnytte øker med økende inntekt.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Skal nå se på virkningene av  $z, q$  og  $y$  på bit renten<sup>(3)</sup> ut fra at nytten er lik reservasjonsnyttin:

Setter inn for  $x$  fra (2) i uttrykk (4):

$$U(z, q, y-R) = h(y) \quad (5)$$

Deriverer (5) implisitt mhp.  $z$ :

$$U_z + U_x \left( -\frac{\partial R}{\partial z} \right) = 0$$

$$\checkmark \quad \frac{\partial R}{\partial z} = \frac{U_z}{U_x} > 0 \quad (6)$$

Det kommunalt gode vil øke bit renten. En økning i kollektive goder i kommunen vil gi ~~marginale~~ øke nytten for individene i kommunen, som vil føre til innflytting og høyere eiendomsettersjersel. Dette vil øke bit renten.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

 Deriverer (5) implisitt mhp.  $q$ :

$$U_q + U_x \left( -\frac{\partial R}{\partial q} \right) = 0$$

$$\frac{\partial R}{\partial q} = \frac{U_q}{U_x} > 0 \quad (7)$$

✓

Økt boligkonsum (bedre bolig) vil øke bit renten.

Etterspørselen etter begge boliger er høyere enn etterspørselen etter lårlån. Bedre bolig vil øke etterspørselen og dermed bit renten.

 Deriverer (5) mhp.  $y$ :

$$U_x \left( 1 - \frac{\partial R}{\partial y} \right) = h'(y)$$

$$\frac{\partial R}{\partial y} = 1 - \frac{h'(y)}{U_x} \begin{matrix} \geq 0 \\ \leq 0 \end{matrix} \quad (8)$$

✓

$$h'(y) > U_x \Rightarrow \frac{\partial R}{\partial y} < 0$$

$$h'(y) = U_x \Rightarrow \frac{\partial R}{\partial y} = 0$$

$$h'(y) < U_x \Rightarrow \frac{\partial R}{\partial y} > 0$$

Denne kolonne er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

Hvordan blir renten avhengig av  
 inntektet vil avhenge av hvordan  
 individet verdsetter det  
 reservasjonsnytte i forhold til det  
 privat konsum av inntektssparing.

### Individets boligverdi

Blir renten vil gi uttrykk for hvor  
 god boligverdi individet har.

Denne vil, som vist tidligere,  
 ha en positiv effekt av det  
 kommunalt gode i kommunen og  
 også av det boligkonsum.

Det inntekt vil ha en positiv  
 effekt.

Tenker oss at alle individene  
 i kommunen betaler en eiendomsskatt,  
 $\tau$ .  $\tau$  vil være avhengig av boligverdien  
 til individet.

Boligverdi er gitt ved:

$$V = \frac{R - \tau V}{\theta} \quad (9)$$

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$v$  - boligverdi  
 $r$  - bit rent  
 $\tau$  - eiendomsskatt  
 $\theta$  - diskonteringsrate

Kan om formulere (9) slik at vi får boligverdien,  $v$ , alene:

$$(10) \quad v = \frac{R}{\theta + r}$$

✓

Kommunens boligverdi

$$P = \sum_{i=1}^n v = \frac{\sum_{i=1}^n R(\varepsilon, q, Y-K)}{\theta + r} \quad (11)$$

Setter kommunens boligverdi totalt som summen av alle individenes boligverdi.

Totalt antall innbyggere lik  $n$ .

Kommunens budsjettbetingelse

✓

$$\tau P + G = c(\varepsilon, n) \quad (12)$$

$\tau P$  - totalt inntekt for kommunen av eiendomsskatt

$G$  - overføring ~~til kommunen~~ fra staten

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$c(z, n)$  - kostnad for det kollektive gode

$c_1(z, n) > 0$ : en økning i mengde kollektivt gode vil øke kostnadene

$c_2(z, n) \geq 0$ : om  $c_2(z, n) = 0$  er godet et rent kollektivt gode, ingen frangsekskostnader, eks. fyrtaun.  
Om  $c_2(z, n) > 0$  vil det være frangsekskostnader knyttet til det kollektive godet.

Kan omskrive (11) til:

✓ (13) 
$$p = \frac{\sum_{i=1}^n R - zP}{\theta}$$

Setter inn for  $zP$  i (13) fra kommunens budsjettbetingelse gitt av (12):

~~(13)~~ 
$$p = \frac{\sum_{i=1}^n R - (c(z, n) - G)}{\theta}$$

✓ (14) 
$$p = \frac{\sum_{i=1}^n R + G - c(z, n)}{\theta}$$



Denne kolonne er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

Finnes optimalt tilbud av kollektivt gode fra (14):

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\partial R}{\partial z} - C_1(z, n)}{\theta}$$

✓ 
$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{\theta} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{\partial R}{\partial z} - C_1(z, n) \right] \quad (15)$$

Optimalt tilbud av offentlig gode vil være når (15) er lik 0.  
~~Optimalt tilbud av offentlig gode vil være når (15) er lik 0.~~

Setter inn for  $\frac{\partial R}{\partial z}$  fra (6)

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{\theta} \left[ \sum_{i=1}^n \frac{u_z}{u_x} - C_1(z, n) \right] \quad (16)$$

Ser av (16) at når  $\sum \frac{u_z}{u_x} = C_1(z, n)$  vil (16) være lik 0.

✓ 
$$\sum \frac{u_z}{u_x} = C_1(z, n) : \text{Samuelson-betingelsen.}$$

Summen av marginal betalingsvillighet er like marginalkostnad.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

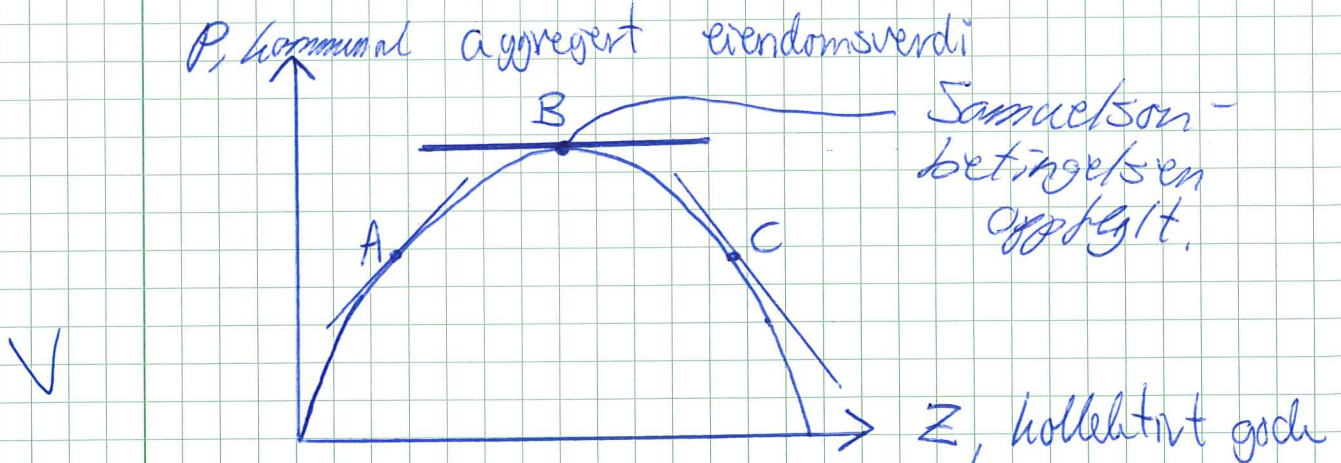
Fra (16):

✓  $\frac{\partial P}{\partial Z} > 0$  hvis  $\frac{dZ}{dX} > C_1(z, n)$

Utt fra forutsetningene, gitt side 2 og 3, vil dette gi for lav produksjon av kollektivt gode, underproduksjon.

✓  $\frac{\partial P}{\partial Z} < 0$  hvis  $\frac{dZ}{dX} < C_1(z, n)$

Detta vil gi for høy produksjon av det offentlige gode.



A:  $\frac{\partial P}{\partial Z} > 0$ , ikke effektivt tilbud

B:  $\frac{\partial P}{\partial Z} = 0$ , effektivt tilbud

C:  $\frac{\partial P}{\partial Z} < 0$ , ikke ~~effektivt~~ effektivt tilbud

Denne kolonne er  
forbeholdt sensor

 This column is for  
external examiner

## Oppgave 2

Skal i denne oppgaven se på hvordan sentralisering og desentralisering gir ulike insentiv for politiske myndigheter til å realisere innbyggernes interesser.

Skal deretter se på hvordan sentralisering kan svekke ansvar og vise hvordan ulike kommuner kan vinne eller tape på sentralisering

Antar like individer, med like preferanser i hver kommune.

Innbyggertall like 1.

Nytten for innbyggerne er gitt ved:

$$U_i = u(x, y_i) \quad (20)$$

$x$  - politikkvektor  $[x_1, x_2, \dots, x_n]$

som representerer politikerens innsats for å øke nytten til innbyggerne.

$n$  - antall kommuner,  $i$  til  $n$

$y_i$  - andre faktorer som påvirker nytten, antar at denne er stokastisk, sjå

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

✓

$i$  - individ  $i$  kommunene  $i$

Antar at  $U_i$  kan ~~skrive~~ skrives som:

$$U_i(x, g_i) = U_i(x) + g_i \quad (21)$$

Lokale politikere

Antar nytten til lokale politikere  $U_i$  gitt ved, av innsats:

$$(22) \quad U_i(x_i), \text{ hvor } U_i'(x_i) < 0$$

✓

Politikerne har en negativ nytte knyttet til innsats.

Sentrale politikere har nytte:

$$(23) \quad V(x), \quad V'(x) < 0$$

Innsats i alle kommunene, negativ nytte av innsats.

Hvorfor gjør politikere en innsats?  
Politikerne velger å gjøre en innsats for å sikre gjenvalg, hvor gjenvalg gir nytte.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Lokale politikere får mytten  $w$  av gjenvalg.  
 Sentrale politikere får mytten  $\alpha w$  av gjenvalg  
 $\alpha > 1$ , mytten til sentrale politikere av gjenvalg er høyere enn lokale politikere sin mytten.

Totalt gir dette nytte:

(24)  $V_i(x_i) + w$  for gjenvalg

(25)  $V_i(x_i)$  ikke gjenvalg  
 for lokale politikere

(26)  $V(x) + \alpha w$  for gjenvalg

(27)  $V(x)$  uten gjenvalg  
 for sentrale politikere.

$V$  - antall stemmer politikerne får ved valg

$E(V)$  - forventet antall stemmer

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

## Innbyggere lokalt

Ved desentralisering vil valget kun avhenge av innbyggere lokalt i kommunen.

Innbyggere vil gjenvelge om de er fornøyd, si.

Si - fornøyd innbyggere, vil gjenvelge.  
 - Si - ikke fornøyd, vil ikke gjenvelge.

Individene vil være fornøyd om

$$U_i(x_i) + y_i \geq c_i$$

$c_i$  - kostnad

Fornøyd om nytten til individet er større enn kostnadene.

Sannsynligheten for gjenvalg lokalt er gitt ved sannsynligheten for ~~no~~ fornøyd innbyggere:

$$Pr(S_i) = Pr(U_i(x_i) + y_i \geq c_i) \quad (28)$$

$Pr(S_i)$  - sannsynlighet (ssh) for gjenvalg lokalt.

Denne kolonne er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

## Sentralt

Antall gjenvalg sentralt om  $k$  av  $n$  kommuner er fornøyde.

Enkelt 50%.

$S^k - k$  kommuner er fornøyd

$S_i^k - k$  kommuner utenom kommune  $i$  er fornøyd

$S_i^k - k$  kommuner inkludert kommune  $i$  er fornøyd.

Kommune  $i$  sin rolle i sentralt gjenvalg avhenger av om kommune  $i$  er avgjørende for gjenvalg.

Ssh for at kommune  $i$  er avgjørende:

$$V \quad \underbrace{\binom{29}{k} \Pr(S_i^k / -S_i)}_{\text{ssh for gjenvalg uten kommune } i} - \underbrace{\Pr(S_i^k / S_i)}_{\text{ssh for gjenvalg med kommune } i} = \Pr(d_i)$$

ssh for gjenvalg uten kommune  $i$

ssh for gjenvalg med kommune  $i$

$\Pr(d_i)$  - ssh for at kommune  $i$  er avgjørende

$\Pr(-d_i)$  - ssh for at kommune  $i$  ikke er avgjørende.

Denne kolonne er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

SSH er grenvalg med kommune i:

$$Pr(S_i = k) = Pr(S_i) Pr(d_i) - Pr(-d_i) \quad (30)$$

SSH grenvalg med kommune i      SSH formyd kommune i      SSH kommune i avgrensning      SSH grenvalg uten kommune i

✓  $Pr(S_i = k) = D(y_i) Pr(d_i) - Pr(-d_i) \quad (31)$

~~Denne kolonne er forbeholdt sensor~~  
~~This column is for external examiner~~

## Oppsett

- Lokal eller sentral myndighet, lokal ved desentralisering og sentral ved sentralisering
- Setter innsats for valg
- Stokastisk sjøkk
- Velgerne grenvelger eller haster avhengig av nytten sin

## Desentralisering

Lokale politikere vil velge innsats  $X_i$  ut fra innbyggerne som er bosatt i kommunen sin nytte.



Denne kolonne er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

Lochale politiveres nytte:

$$E(V_i) = U(x_i) + w Pr(s_i) \quad (32)$$

|  
 forventet antall stemmer  
 |  
 nytte av innsats  
 |  
 gjenvalgsnytte  
 |  
 ssh formogde innbyggere, gjenvalg.

Maksimerer  $E(V_i)$  mhp. innsats,  $x_i$ :

$$(33) -\frac{\partial V(x_i)}{\partial x_i} = w \frac{\partial d_i}{\partial x_i} D(y_i)$$

|  
 nytte tap av innsats  
 Hele HS: nytte av gjenvalg av det innsats  
 |  
 gjenvalgs nytte  
 |  
 nytteendring av en enhet innsats  $x_i$   
 |  
 endring i ssh for gjenvalg av en enhet endring i nytten

Ser at for desentralisering vil politiverne kun tenke på nytteendring i egen kommune av endret innsats.

Antagelser ved nytteendring av innsats:

$$\frac{\partial d_i}{\partial x_i} > 0$$

det innsats i egen kommune vil øke nytten til innbyggere

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} > 0$$

nytteøkning i kommune i av  
det innsats i j, positiv  
eksternalitet

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} < 0$$

redusert nytte i i av  
det innsats i j, negativ  
eksternalitet

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 0$$

ingen virkning på nytten i i  
av det innsats i j, ingen  
eksternalitet.

## Sentralisering

Ved sentralisering vil sentrale politikere ta hensyn til at det innsats i en kommune kan øke nytten i en annen kommune (evt. redusere).

Her vil også ssh for at en kommune er angjengende være viktig for politikernes innsats.

Sentrale politikernes nytte:

$$(34) E(U) = U(x) + \alpha w Pr(S^k)$$

Setter inn for  $Pr(S_i^k)$  fra (30):

Denne kolonne er forbeholdt sensor  
This column is for external examiner

$$(35) E(U) = V(x) + \alpha w \sum_i \Pr(d_i) \Pr(s_i) - \Pr(-d_i)$$

Maksimerer sentrale politikeres nytte mhp. innsats:

$$\frac{\partial U(x)}{\partial x_i} = \alpha w \left[ \frac{\partial d_i}{\partial x_i} D(y_i) \Pr(d_i) + \sum_{j \neq i} \frac{\partial d_j}{\partial x_i} D(y_j) \Pr(d_j) \right]$$

(1)                      (2)                      (3)                      (4)                      (5)                      (6)                      (7)                      (8)

- (1) nytte tap av innsats i kommune i
- (2) nytte av gjenvalg,  $\alpha > 1$ , dermed vil det være høyere nytte av gjenvalg sentralt. Jo høyere  $\alpha$ , jo høyere insentiv til innsats sentralt.
- (3) nytteendring i kommune i av økt innsats i i, denne er alltid positiv.
- (4) økt ssh for fornøyd kommune i av økt innsats, økning i gjenvalgssh.
- (5) ssh for at kommune i er avgjørende ved sentralt valg.
- (6) nytteendring i kommune j av økt innsats i kommune i. Kan være positiv eller negativ.

Denne kolonne er  
forbeholdt sensor

This column is for  
external examiner

(7) SSH for formynd i av økt  
innsats i i.

(8) SSH for at kommune j er avgjørende.

Hele H5: nytte av gjenvalg  
for sentrale politikere

(3)-(5) viser endring i nytte i  
kommune i og virkning av dette.

(6)-(8) viser hvordan innsats i i  
påvirker alle de andre kommunene  
og hva dette har å si for gjenvalgssh  
for sentrale politikere.

Om vi sammenligner (33), valg  
lohatt, desentralisering og (36),  
sentralt valg, sentralisering ser vi at:

$\alpha > 1$  som vil si at ved sentralt valg  
er gjenvalgsnytte høyere enn ved lohatt  
valg, dette vil gi insentiv til høyere  
~~nytte~~ innsats ved sentralt valg.

$\alpha < Pr(d_i) < 1$  SSH for at en kommune er  
avgjørende vil ligge mellom 0 og 1.

Denne kolonne er  
forbeholdt sensor

 This column is for  
external examiner

Det vil si at incentivet for innsats  
sentralt vil bli svekket sammenlignet  
med lokalt valg. Ved lokalt valg  
vil innbyggerne i kommunen avgjøre  
gjenvalg ene og alene, som vil si  
at de er 100% avgjørende for  
om lokale politikere blir gjenvalgt eller  
ikke.

Ved sentralt valg vil ~~de~~ ikke  
en kommune avgjøre gjenvalg alene,  
dermed svekkes incentivet for innsats.  
Hvor mye innsats politikere velger å  
gi kommunen vil være avhengig av  
SSH for at kommunen er avgjørende.

$Pr(di)$  er mål på ansvar (accountability)

Jo høyere  $Pr(di)$ , jo mere incentiv  
for innsats i kommunen for sentrale  
politikere.

Av dette kan vi merke oss at  
kommuner som ikke har stor SSH for  
å være avgjørende vil komme dårlig ut  
av sentralisering.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Kommunene med lav  $Pr(ch)$  vil ikke spille noen særlig rolle i gjenvalgsk for sentrale politikere, dermed vil ikke sentrale politikere prioritere innsats i disse kommunene.

(6)-(8) representerer nytteendring i andre kommuner av innsats i kommunen.

Tenker oss først positiv eksternalitet:

Da vil sentrale myndigheter øke sin innsats i kommuner med positiv spillover til andre kommuner.

Dette tar ikke lokale politikere hensyn til. Før derfor en økning i nytten i kommuner med positiv spillovers som følge av sentralisering.

Ved negativ eksternalitet: om en kommune gir negativ eksternalitet til andre kommuner kan det være insentiv for sentrale politikere å redusere innsatsen i denne kommunen. Dette gjør de for å øke gjenvalgsk i kommunene med negativ eksternalitet.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

Generelt kan vi si at sentralisering gir (antar positive spillovers):

- Siden  $\alpha > 1$  høyere insentiv til innsats sentralt da høyere nytte av gjenvalg
- $Pr(d_i)$  er mål på ansvar, ssh for at en kommune er avgjørende. Sentralisering svekker ansvar i hver kommune da  $Pr(d_i) < 1$ .
- Høy  $Pr(d_i)$  vil gi insentiv til høy innsats i kommunen for sentrale myndigheter, disse kommunene 'vinner'
- Lav  $Pr(d_i)$  gir insentiv til lav innsats ved sentralisering, kommunene med lav ssh for å være avgjørende taper ved sentralisering.
- Sentrale myndigheter tar hensyn til at økt innsats i en kommune gir spillover til andre kommuner. Dette gir insentiv til høyere innsats i kommuner med spillovers (positive) ved sentralisering.

Denne kolonne er forbeholdt sensor

This column is for external examiner

- Kommuner med positive spillvinnere vinner på sentralisering.
- Generelt vil kommuner med lav sannsynlighet for å kaste politikerne og de med høy SSH for å kaste politikere tape, Ø(yi) høy eller lav.

~~Om innbyggerne har lav SSH for å kaste politikerne vil ikke endring i innsats gjøre noen forskjell.~~

Om innbyggerne har lav SSH for å kaste politikerne vil ikke endring i innsats gjøre noen forskjell. Innbyggerne vil grenvelge uansett.

Om innbyggerne har høy SSH for å kaste politikerne vil ikke høyere innsats gjøre forskjell. Velgerne vil uansett ikke grenvelge politikerne.

Det vil ikke være mye insentiv for politikerne å legge inn innsats hos disse velgerne, grenvelger eller kaster uansett. Singvelgere - velgere som blir påvirket av en liten endring i innsats vil vinne. Dette gjelder også (chalt).



Denne kolonne er  
forbeholdt sensor

This column is for  
external examiner

- Lokale politifilere vil tape  
og sentrale politifilere vil vinne  
som følge av sentralisering, uansett  
virkning for innbyggere.